

Příklad 1 : Spočtete primitivní funkci

$$\int \frac{(\operatorname{tg} x + \operatorname{cotg} x)^2}{\sin^2 x - \cos^2 x} dx$$

na maximálních intervalech, kde existuje. (17 bodů)

Příklad 2 : Na kterých intervalech konverguje stejnoměrně posloupnost funkcí

$$f_n(x) = \frac{(n^2 x^2 - 1)^2}{n^4 x^4 + 1} ? \quad (13 \text{ bodů})$$

Příklad 3 : Pro funkci $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{arctg} \frac{|\sin x|}{n}$ určete, v kterých bodech má derivaci (případně jednostranné derivace).

(13 bodů)

Příklad 4 : Rozviňte funkci

$$\cos(x - 1), \quad x \in (0, \pi)$$

v kosinovou řadu. Načrtněte graf součtu této řady. (12+5 bodů)

Příklad 5 : (Každá z otázek (a) až (e) za 1 bod.)

- Nechť existuje $(N) \int_0^5 f$. Musí být f omezená na $(0, 5)$? Pokud ne, uveďte příklad.
- Napište příklad posloupnosti funkcí $\{f_n\}$, pro kterou platí $f_n \rightarrow 0$ na $(0, 1)$ a přitom $\int_0^1 f_n \rightarrow +\infty$.
- Nechť f je spojitá na $(3, 5)$. Musí pak být po částech spojitá na $\langle 3, 5 \rangle$? Pokud ne, uveďte příklad.
- Existuje podmnožina \mathbf{R} , jejíž hranice je $(0, 2)$? Pokud ano, uveďte příklad.
- Jsou metrické prostory $(0, 1)$ a $\langle 0, 1 \rangle$ homeomorfní? Zdůvodněte.