%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% POJMY, JEJICHŽ ZNALOST SE OČEKÁVÁ
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

množina komplexních čísel
algebraický zápis komplexního čísla
maticový zápis komplexního čísla
reálná část komplexního čísla
imaginární část komplexního čísla
absolutní hodnota komplexního čísla
komplexně sdružené číslo
metrika na $\mathbb{C}$
okolí bodu v $\mathbb{C}$
otevřená množina v $\mathbb{C}$
uzavřená množina v $\mathbb{C}$
konvergence posloupnosti v $\mathbb{C}$
spojitost funkce komplexní proměnné
limita funkce komplexní proměnné
komplexní funkce reálné proměnné
derivace komplexní funkce reálné proměnné
primitivní funkce ke komplexní funkci reálné proměnné
integrál z komplexní funkce reálné proměnné (Newtonův, Riemannův, Lebesgueův)
komplexní funkce komplexní proměnné
derivace podle komplexní proměnné
funkce holomorfní na množině
celá funkce
mocninná řada o středu a
poloměr konvergence mocninné řady
kruh konvergence mocninné řady
exponenciální funkce
funkce sinus
funkce kosinus
funkce hyperbolický sinus
funkce hyperbolický kosinus
hlavní hodnota argumentu
hlavní hodnota logaritmu
množina $\mathrm{Log}(z)$
množina $\mathrm{Arg}(z)$
obecná mocnina $M_a(z)$
hlavní hodnota obecné mocniny
křivka v $\mathbb{C}$
obraz křivky
uzavřená křivka
opačná křivka
spojení dvou křivek
délka křivky
kladně orientovaná kružnice
orientovaná úsečka
cesta (po částech hladká křivka)
integrál podél cesty
primitivní funkce ke komplexní funkci komplexní proměnné
souvislá množina
oblast
přírůstek logaritmu funkce podél křivky
index bodu ke křivce
komponenta množiny
trojúhelník
obvod trojúhelníka
hvězdovitá množina

p-násobný kořen holomorfní funkce
hromadný bod množiny
izolovaná množina
množina $\overline{\mathbb{C}}$
okolí bodu ∞
limita a spojitost v $\overline{\mathbb{C}}$
stereografická projekce
metrika na $\overline{\mathbb{C}}$
prstencové okolí
odstranitelná singularita (i v ∞)
pól násobnosti p (i v ∞)
podstatná singularita (i v ∞)
funkce holomorfní v ∞
kořen násobnosti p v ∞
Laurentova řada o středu a
regulární část Laurentovy řady
hlavní část Laurentovy řady
konvergence hlavní části Laurentovy řady
součet hlavní části Laurentovy řady
konvergence Laurentovy řady
součet Laurentovy řady
mezikruží o středu a
mezikruží konvergence Laurentovy řady
reziduum funkce v bodě
Prostor L_1^+
Laplaceova transformace

```
%%%
```

Jordanovo lemma % IV.9 a IV.10
Lemma IV.11 % * IV.11
vlastnosti L_1^+ % * V.1
základní vlastnosti Laplaceovy transformace % V.2

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% DALŠÍ OTÁZKY %%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

1) Nechť $\Omega \subset \mathbb{C}$ je oblast, $n \in \mathbb{N}$ a $f : \Omega \to \mathbb{C}$ splňuje $f^{(n)} = 0$ na Ω. Dokažte, že pak f je polynom stupně menšího než n.

2) Nechť $a \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ a $0 < r \leq |a|$. Dokažte, že na $U(a, r)$ existuje holomorfní funkce L, pro kterou platí $\exp(L(z)) = z$, $z \in U(a, r)$. Čemu se rovná derivace funkce L?

3) Nechť f je celá funkce, která nenabývá žádné hodnoty z množiny $U(a, r)$ pro nějaké $a \in \mathbb{C}$ a $r > 0$. Dokažte, že f je konstatní na $\mathbb{C}$.

4) Nechť f je celá funkce, která nenabývá žádné hodnoty z nějaké polopřímky (tj. z množiny $\{a + th : t \in [0, +\infty)\}$, kde $a, h \in \mathbb{C}$, $h \neq 0$). Dokažte, že f je konstantní na $\mathbb{C}$.

5) Nechť $\Omega \subset \mathbb{C}$ je otevřená a $M \subset \Omega$ je množina izolovaná v Ω. Nechť f je spojitá na Ω a holomorfní na $\Omega \setminus M$. Dokažte, že f je holomorfní na Ω.

6) Nechť $\Omega \subset \mathbb{C}$ je oblast, f nekonstantní holomorfní funkce na Ω. Nechť funkce $|f|$ má v bodě $a \in \Omega$ lokální minimum. Dokažte, že $f(a) = 0$.

7) Dokažte, že funkce sinus je prostá na množině $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]\}$, určete obraz množiny $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})\}$ a ukažte, že inverzní funkce k sinu zúženému na $\{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re} z \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})\}$ je holomorfní.

8) Nechť $M \subset \overline{\mathbb{C}}$ je konečná množina, f je holomorfní na $\overline{\mathbb{C}} \setminus M$ a v každém bodě množiny M má pól. Dokažte, že f je racionální funkce. Vyjádřete stupeň čitatele a stupeň jmenovatele (s využitím násobností jednotlivých pólů).

9) Nechť funkce f má v bodě $a \in \mathbb{C}$ podstatnou singularitu. Musí mít funkce $\frac{1}{f}$ v bodě a izolovanou singularitu? A pokud ji tam má, o jaký typ se může jednat?

10) Nechť funkce f má v bodě $a \in \mathbb{C}$ podstatnou singularitu. Dokažte, že existuje $c \in \mathbb{C}$ takové, že funkce $\frac{1}{f-c}$ nemá v bodě a izolovanou singularitu.

11) Nechť $z, w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Jaký je vztah mezi $\log(zw)$ a $\log(z) + \log(w)$?

12) Nechť $z, w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$. Jaký je vztah mezi množinami $\operatorname{Log}(zw)$ a $\operatorname{Log}(z) + \operatorname{Log}(w) = \{u + v : u \in \operatorname{Log}(z), v \in \operatorname{Log}(w)\}$?

13) Nechť $a, b, c \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$. Jaký je vztah mezi $m_b(a) \cdot m_c(a)$ a $m_{b+c}(a)$? A mezi $m_b(m_c(a))$, $m_c(m_b(a))$ a $m_{bc}(a)$?

14) Nechť $a, b, c \in \mathbb{C}$, $a \neq 0$. Jaký je vztah mezi množinami $M_{bc}(a)$, $M_b(M_c(a)) = \{z \in \mathbb{C} : \exists w \in M_c(a) : z \in M_b(w)\}$ a $M_c(M_b(a))$?

16) Nechť $\Omega \subset \mathbb{C}$ je otevřená hvězdovitá množina. Dokažte, že pro každou funkci f holomorfní na Ω, která na Ω nenabývá hodnoty 0, existuje funkce L holomorfní na Ω, pro kterou platí $f(z) = e^{L(z)}$, $z \in \Omega$. Čemu se rovná derivace funkce L?

17) Nechť f, g jsou dvě celé funkce, pro které platí $|f(z)| \leq |g(z)|$ pro všechna $z \in \mathbb{C}$. Dokažte, že funkce f je násobkem funkce g.

18) Rozviňte funkci log do mocninné řady o středu 1 a určete kruh konvergence.

19) Nechť f, g jsou funkce holomorfní v nějakém okolí bodu a, pro které platí $f(a) = g(a) = 0$ a funkce g není konstantní na okolí bodu a. Dokažte, že $\lim_{z\to a} \frac{f(z)}{g(z)} = \lim_{z\to a} \frac{f'(z)}{g'(z)}$.

20) Nechť funkce f, g jsou holomorfní v nějakém prstencovém okolí bodu a a v bodě a mají obě pól. Dokažte, že $\lim_{z\to a} \frac{f(z)}{g(z)} = \lim_{z\to a} \frac{f'(z)}{g'(z)}$.