Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (M je podmnožina množiny přirozených čísel.)

(1)M je nekonečná.
(2)$\exists n_0 \in \mathbf{N}\, \forall n \in \mathbf{N}, n \geq n_0 : n \in M.$
(3)$\forall n_0 \in \mathbf{N}\, \exists n \in \mathbf{N}, n \geq n_0 : n \in M.$
(4)M není shora omezená.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (M je podmnožina $\mathbf{R}$.)

(1)M není shora omezená.
(2)M nemá maximum.
(3)$\forall x \in M \exists y \in \mathbf{R} : (y > x \;\&\; y \in M)$
(4)$\forall x \in M \exists y \in \mathbf{R} : (y \geq x \;\&\; y \in M)$
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (M je podmnožina $\mathbf{R}$.)

(1)$\forall x \in M \exists y \in \mathbf{R} : (y > x \;\&\; y \in M)$
(2)$\forall x \in \mathbf{R} \exists y \in \mathbf{R} : (y > x \;\&\; y \in M)$
(3)$\forall x \in \mathbf{N} \exists y \in \mathbf{R} : (y \geq x \;\&\; y \in M)$
(4)$\mathbf{N} \subset M.$
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel.)

(1)$\lim a_n = 7.$
(2)$\lim a_{2n} = 7.$
(3)$\lim a_{2n} = 7$ a $\lim a_{2n+1} = 7.$
(4)$\lim a_n$ existuje a $\lim a_{2n} = 7.$
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel.)

(1)Posloupnost $\{a_n\}$ je omezená.
(2)Posloupnost $\{a_n\}$ je konvergentní.
(3)Existuje vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$, která je konvergentní.
(4)Existuje vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$, která je omezená.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel.)

(1)Posloupnost $\{a_n\}$ není shora omezená.
(2)$\lim a_n = +\infty.$
(3)Existuje vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$, která má limitu $+\infty$.
(4)Žádná vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$ není shora omezená.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel.)

(1)$\lim(a_n + b_n) = 0$.

(2)Existují $\lim a_n$ a $\lim b_n$ a platí $\lim a_n = -\lim b_n$.

(3)Existují vlastní limity $\lim a_n$ a $\lim b_n$ a platí $\lim a_n = -\lim b_n$.

(4)Posloupnost $\{a_n - b_n\}$ je omezená.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel, přičemž $\lim a_n = +\infty$.)

(1)$\lim b_n = -\infty$.

(2)$\lim(a_n + b_n) = 0$.

(3)$\lim(a_n - b_n) = +\infty$.

(4)Posloupnost $\{b_n\}$ je shora omezená.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel, přičemž $\lim a_n = 0$.)

(1)$\lim a_n b_n = 0$.

(2)Posloupnost $\{b_n\}$ je omezená.

(3)Pro všechna $n \in \mathbf{N}$ platí $|a_n| \geq |b_n|$.

(4)$\lim b_n = 0$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel, přičemž $\lim a_n = 0$.)

(1)$\lim a_n b_n = 1$.

(2)$\lim b_n = +\infty$ nebo $\lim b_n = -\infty$.

(3)$\lim |b_n| = +\infty$.

(4)Žádná vybraná posloupnost z posloupnosti $\{b_n\}$ není omezená.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel, přičemž $\lim a_n = +\infty$.)

(1)$\lim a_n b_n = 1$.

(2)$\lim b_n = 0$.

(3)$\lim \frac{a_n}{b_n} = +\infty$.

(4)$\lim \frac{b_n}{a_n} = 0$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je rostoucí posloupnost reálných čísel.)

(1)Posloupnost $\{a_n\}$ je konvergentní.

(2)Existuje vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$, která je konvergentní.

(3)Existuje vybraná posloupnost z posloupnosti $\{a_n\}$, která je shora omezená.

(4)Posloupnost $\{a_n^2\}$ je konvergentní.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel.)

(1)Posloupnost $\{a_n\}$ je monotónní.
(2)Posloupnost $\{a_n^2\}$ je monotónní.
(3)Posloupnost $\{a_n\}$ má limitu.
(4)Posloupnost $\{a_n^2\}$ má limitu.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ je posloupnost reálných čísel, z nichž každé je různé od 0.)

(1)Posloupnost $\{a_n\}$ je rostoucí.
(2)Posloupnost $\{|a_n|\}$ je rostoucí.
(3)Existuje $\lim \frac{1}{a_n}$.
(4)Posloupnost $\frac{1}{a_n}$ je omezená.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel.)

(1)$\lim a_n = \lim b_n = 10$.
(2)$\lim \max\{a_n, b_n\} = 10$.
(3)$\lim \min\{a_n, b_n\} = 10$.
(4)$\lim \max\{a_n, b_n\} = 10$ a $\lim \min\{a_n, b_n\} = 10$.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. ($\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ a $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$ jsou posloupnosti reálných čísel.)

(1)$\lim a_n = \lim b_n = +\infty$.
(2)$\lim a_n = +\infty$ nebo $\lim b_n = +\infty$.
(3)$\lim \min\{a_n, b_n\} = +\infty$.
(4)$\lim \max\{a_n, b_n\} = +\infty$.

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0, 2)$.)

(1)Funkce f je spojitá v bodě 1.
(2)Existuje vlastní derivace $f'(1)$.
(3)Existují vlastní jednostranné derivace $f'_+(1)$ a $f'_-(1)$.
(4)Funkce f je omezená na nějakém otevřeném intervalu obsahujícím bod 1.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(-1, 1)$.)

(1)$\lim_{x\to 0} f(x) = -6$.
(2)$\lim_{x\to 0} f(x^2) = -6$.
(3)$\lim_{x\to 0} (f(x))^2 = 36$
(4)f je spojitá v bodě 0 a $\lim_{x\to 0} f(x^2) = -6$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(-1,1)$.)

(1) $\lim_{x\to 0} f(x) = -7$.
(2) $\lim_{x\to 0} (f(x))^2 = 49$.
(3) $\lim_{x\to 0} (f(x))^2 = 49$ a $f(0) < 0$.
(4) $\lim_{x\to 0} (f(x))^2 = 49$ a existuje takové $\delta \in (0,1)$, že pro $x \in P(0,\delta)$ je $f(x) < 0$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0,2)$.)

(1) Funkce f je spojitá na intervalu $(0,2)$.
(2) Pro každé $a \in (0,2)$ existuje vlastní $\lim_{x\to a} f(x)$.
(3) Pro každé $a \in (0,2)$ existuje vlastní derivace $f'(a)$.
(4) Pro každé $a \in (0,2)$ existují vlastní limity $\lim_{x\to a+} f(x)$ a $\lim_{x\to a-} f(x)$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0,2)$, která má v každém bodě intervalu $(0,2)$ vlastní derivaci.)

(1) Funkce f je neklesající na intervalu $(0,2)$.
(2) Pro každé $x \in (0,2)$ je $f'(x) \geq 0$.
(3) Funkce f^2 je neklesající na intervalu $(0,2)$.
(4) Pro každé $x \in (0,2)$ je $f(x) \geq 0$ a $f'(x) \geq 0$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $\langle 0,2)$, která splňuje $f(0)=0$, je spojitá v bodě 0 zprava a v každém bodě intervalu $(0,2)$ má vlastní derivaci.)

(1) Pro všechna $x \in (0,2)$ platí $f'(x) \leq 1$.
(2) Pro všechna $x \in \langle 0,2)$ platí $f(x) \leq x$.
(3) Funkce $x - f(x)$ je neklesající na intervalu $\langle 0,2)$
(4) Pro všechna $x \in \langle 0,2)$ platí $|f(x)| \leq x$.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f a g jsou funkce definované na intervalu $(0,2)$.)

(1) Funkce f a g jsou konvexní na intervalu $(0,2)$.
(2) Funkce $f+g$ je konvexní na intervalu $(0,2)$.
(3) Funkce $f-g$ je konvexní na intervalu $(0,2)$.
(4) Funkce f je konvexní na intervalu $(0,2)$ a grafem funkce g je úsečka.

%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na $\mathbf{R}$ a g je konvexní funkce definovaná na intervalu $(0,2)$.)

(1)Funkce $f \circ g$ je konvexní na intervalu $(0,2)$.
(2)Funkce f je konvexní na $\mathbf{R}$.
(3)Funkce f je rostoucí na $\mathbf{R}$.
(4)Funkce f je rostoucí a konvexní na $\mathbf{R}$.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0,1)$.)

(1)Funkce f je konvexní na $(0,1)$.
(2)Funkce f^2 je konvexní na $(0,1)$.
(3)Funkce $\exp \circ f$ je konvexní na $(0,1)$.
(4)Funkce f je konvexní a nezáporná na $(0,1)$.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0,1)$.)

(1)f je rostoucí na $(0,1)$.
(2)Funkce $f(\arcsin x)$ je rostoucí na svém definičním oboru.
(3)Funkce $\arcsin(f(x))$ je rostoucí na svém definičním oboru.
(4)Funkce $\sin(f(x))$ je rostoucí na svém definičním oboru.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(0,1)$.)

(1)f je klesající na $(0,1)$.
(2)Funkce $f(x)\arccos x$ je klesající na intervalu $(0,1)$.
(3)Funkce f^2 je klesající na $(0,1)$.
(4)Funkce f^3 je klesající na $(0,1)$.
%

Které implikace mezi následujícími tvrzeními platí? Své závěry zdůvodněte a alespoň pro dvě implikace podrobně dokažte. (f je funkce definovaná na intervalu $(-1,1)$, která má v bodě 0 obě jednostranné derivace.)

(1)f má v bodě 0 lokální maximum.
(2)$f'_-(0) = f'_+(0) = 0$.
(3)$f'_-(0) \geq 0$ a $f'_+(0) \leq 0$.
(4)$f'_-(0) > 0$ a $f'_+(0) < 0$.
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 28 čtveřic
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%