I.2 Matematické věty a základní metody důkazů

ZÁKLADNÍ METODY DŮKAZŮ: přímý důkaz, nepřímý důkaz,
důkaz sporem, matematická indukce

Věta 1 (Cauchyova nerovnost). *Nechť n je přirozené číslo, $a_1, \dots, a_n, b_1, \dots, b_n$ reálná čísla. Pak platí*

$$\left(\sum_{i=1}^{n} a_i b_i\right)^2 \leq \left(\sum_{i=1}^{n} a_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} b_i^2\right).$$

Věta 2 (iracionalita $\sqrt{2}$). *Je-li y reálné číslo splňující $y^2 = 2$, pak y není racionální.*

Věta 3 (de Morganovy vzorce). *Nechť I je neprázdná množina, S množina a A_i, $i \in I$ jsou množiny. Pak platí*

$$S \setminus \bigcup_{i \in I} A_i = \bigcap_{i \in I} (S \setminus A_i) \qquad \text{a} \qquad S \setminus \bigcap_{i \in I} A_i = \bigcup_{i \in I} (S \setminus A_i).$$