I.7. **Spojitý funkční kalkulus pro C^* algebry.**

Lemma 29. *Nechť A je C^* algebra s jednotkou e a $B \subset A$ C^*-podalgebra obsahující e. Pak pro každé $x \in B$ je $\sigma_A(x) = \sigma_B(x)$.*

Věta 30 (spojitý funkční kalkulus pro C^*-algebry)**.** *Nechť A je C^*-algebra s jednotkou e a $x \in A$ je normální prvek. Nechť B je uzavřená podalgebra algebry A generovaná množinou $\{e, x, x^*\}$. Pak platí:*

- *B je komutativní C^* algebra.*
- *Zobrazení $h : \varphi \mapsto \varphi(x)$ je homeomorfismus $\Delta(B)$ na $\sigma(x)$.*

Nechť $\Gamma : B \to C(\Delta(B))$ je Gelfandova transformace algebry B. Pro $f \in C(\sigma(x))$ označme

$$\tilde{f}(x) = \Gamma^{-1}(f \circ h).$$

Pak zobrazení $\Phi : f \mapsto \tilde{f}(x)$, které se nazývá **spojitý funkční kalkulus pro prvek** *x, má následující vlastnosti:*

- *Φ je izometrický $*$-izomorfismus C^*-algebry $C(\sigma(x))$ na B.*
- *$\tilde{id}(x) = x$.*
- *Je-li p polynom, pak $\tilde{p}(x) = p(x)$.*
- *$\sigma(\tilde{f}(x)) = f(\sigma(x))$ pro $f \in C(\sigma(x))$.*
- *Jestliže $y \in A$ komutuje s x, pak y komutuje s $\tilde{f}(x)$ pro každé $f \in C(\sigma(x))$.*

Navíc, Φ je jediné zobrazení splňující první dvě podmínky.