II.7. **Normální operátory.**

Definice. Hustě definovaný uzavřený operátor T na Hilbertově prostoru se nazývá **normální**, jestliže $T^*T = TT^*$.

Lemma 32 (o T^*T)**.** * *Nechť T je uzavřený a hustě definovaný operátor na H. Pak platí:*

(i) *$I + T^*T$ je bijekce $D(T^*T)$ na H.*
(ii) *Označme B inverzní operátor k $I + T^*T$ a $C = TB$. Pak B a C patří do $L(H)$ a mají normu nejvýš jedna. Navíc, B je nezáporný.*
(iii) *T^*T je samoadjungovaný a T je uzávěrem $T|_{D(T^*T)}$.*

Lemma 33. *Nechť T je normální operátor na H. Pak platí:*

(a) $D(T) = D(T^*)$
(b) *Pro $x \in D(T)$ platí $\|Tx\| = \|T^*x\|$.*
(c) *Je-li $S \supset T$ normální, pak $S = T$.*

Věta 34. *Je-li T normální operátor na H, pak existuje právě jedna abstraktní spektrální míra E v H, že $T = \int \mathrm{id}\, \mathrm{d}E$.*