Písemka C z matematické analýzy MAI054

zimní semestr 2006 - 2007

Všechny postupy řádně zdůvodněte.

Příklad 1. Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{\cos(\sqrt{n+1}-\sqrt{n})}{n}\right)^{n/7}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 2. Rozhodněte, pro která $x \in R$ konverguje resp. absolutně konverguje řada

$$\sum_{1}^{\infty}\frac{n^{2nx}}{n!}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 3.
Spočítejte

$$\lim_{x\to 1}\frac{\log\cos^2(\pi\cdot 4^x)}{\log\cos(\pi\cdot 2^x)}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 4. Určete ve kterých bodech $x \in R$ je spojitá (případně jednostranně spojitá) funkce

$$f(x) = \max\{x^2, x+2\}\cdot(x-2) \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

a ve kterých bodech existují její oboustranné resp. jednostranné derivace a spočítejte je.

Příklad 5.
Vyšetřete průběh funkce

$$f(x) = \exp\left(-\left|\frac{1+x}{x}\right|\right). \qquad \textbf{(20 bodů)}$$

Písemka C – výsledky:

Příklad 1: $\sqrt[7]{e}$.

Příklad 2: Pro $x < \frac{1}{2}$ konverguje absolutně, jinak diverguje. Lze použít podílové kritérium.

Příklad 3: 32.

Příklad 4: $D_f = \mathbf{R}$, f je spojitá na $\mathbf{R}$.

$f'(x) = \begin{cases} 3x^2-4x, & x\in(-\infty,-1)\cup(2,+\infty),\\ 2x, & x\in(-1,2).\end{cases}$ $f'_-(-1) = 7$, $f'_+(-1) = -2$, $f'(2) = 4$.

Příklad 5: