Písemka B z matematické analýzy MAI054

zimní semestr 2006 - 2007

Všechny postupy řádně zdůvodněte.

Příklad 1.
Spočtěte limitu posloupnosti

$$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{\cos\frac{3}{n}}{\cos\frac{5}{n}}\right)^{n^2}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 2.
Rozhodněte, pro která $x \in R$ konverguje resp. absolutně konverguje řada

$$\sum_{1}^{\infty}\frac{(n+2)^n}{n^{n+2}}(1+x)^n. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 3.
Spočítejte

$$\lim_{x\to 0+}(\sin x+\arcsin x)^{\frac{1}{\ln x}}. \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

Příklad 4.
Určete ve kterých bodech $x \in R$ je spojitá funkce

$$f(x)=\sqrt{2^{x^2-2x}-\frac{1}{2}} \qquad \textbf{(10 bodů)}$$

a ve kterých bodech existují její oboustranné resp. jednostranné derivace a spočítejte je.

Příklad 5.
Vyšetřete průběh funkce

$$f(x)=\arcsin\frac{x}{2}+|x-1|. \qquad \textbf{(20 bodů)}$$

Písemka B – výsledky:
Příklad 1: e^8.
Příklad 2: Pro $x \in \langle -2,0\rangle$ konverguje absolutně, jinak diverguje. Lze použít odmocninové a limitní srovnávací kritérium.
Příklad 3: e.
Příklad 4: $D_f=\mathbf{R}$, f je spojitá na $\mathbf{R}$. $f'(x)=\frac{2^{x^2-2x}(x-1)\ln 2}{\sqrt{2^{x^2-2x}-\frac{1}{2}}}$ pro $x\in(-\infty,1)\cup(1,+\infty)$; $f'_+(1)=\sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$, $f'_-(1)=-\sqrt{\frac{\ln 2}{2}}$.
Příklad 5: