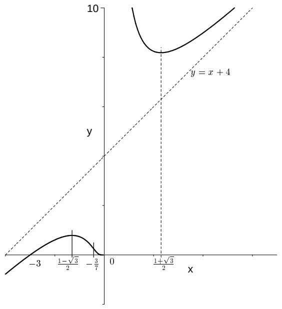
Výsledky písemky z Matematické analýzy I pro informatiky (A)
ZS 2003-2004, paralelky X a Z

Příklad 1: 2/3
Příklad 2: Pro $a = \frac{1}{2}$ konverguje absolutně, v ostatních případech diverguje.
Příklad 3: Pro $x \in \mathbf{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ je $f'(x) = \left[\frac{4}{\pi} \operatorname{arctg} x\right] \cdot \pi \cos(\pi x)$, $f'_-(-1) = 2\pi$, $f'_+(-1) = \pi$, $f'_-(0) = f'_+(1) = -\pi$, $f'_+(0) = f'_-(1) = 0$.
Příklad 4: $D_f = \mathbf{R} \setminus \{0\}$, f je spojitá v každém bodě D_f, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to0-} f(x) = 0$, $\lim_{x\to0+} f(x) = \lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, f je rostoucí na $(-\infty, \frac{1-\sqrt{13}}{2}\rangle$ a na $\langle\frac{1+\sqrt{13}}{2}, +\infty)$, klesající na $\langle\frac{1-\sqrt{13}}{2}, 0)$ a na $(0, \frac{1+\sqrt{13}}{2}\rangle$, $H_f = (-\infty, f(\frac{1-\sqrt{13}}{2})\rangle \cup \langle f(\frac{1+\sqrt{13}}{2}), +\infty)$, f je konkávní na $(-\infty, -3/7\rangle$, konvexní na $\langle -3/7, 0)$ a na $(0, +\infty)$, asymptota v $+\infty$ i v $-\infty$ je přímka $y = x + 4$.



Příklad 5: (a) NE. (Je-li limita vlastní, je posloupnost omezená, je-li limita $+\infty$, je omezená zdola, je-li limita $-\infty$, je omezená shora. (b) Například $a_n = (-1)^n$. (c) NE. Například $f(x) = \begin{cases} -x & x \in (0,1) \\ 10 - x & x \in (1,2) \end{cases}$. (d) Například $f(x) = \begin{cases} 0 & x = 2 \\ 1 & x \in \mathbf{R} \setminus \{2\} \end{cases}$. (e) Např.: Nechť $\lim_{x\to+\infty} g(x) = 1$, $\lim_{y\to1-} f(y) = \frac{\pi}{2}$ a existuje $c \in \mathbf{R}$ takové, že pro $x \in (c, +\infty)$ je $g(x) < 1$. Pak $\lim_{x\to+\infty} f(g(x)) = \frac{\pi}{2}$. Použijeme pro $g(x) = \frac{x}{x+1}$ a $f(y) = \arcsin y$.