V.4 Kompaktní množiny

Definice. Množinu $M \subset \mathbf{R}^n$ nazýváme **kompaktní**, pokud z každé posloupnosti prvků množiny M lze vybrat konvergentní posloupnost s limitou v M.

Definice. Řekneme, že množina M je **omezená** v $\mathbf{R}^n$, jestliže existuje $r > 0$ tak, že $M \subset B(\mathbf{o}, r)$.

Věta 8 (charakterizace kompaktních množin v $\mathbf{R}^n$). *Množina $M \subset \mathbf{R}^n$ je kompaktní, právě když je uzavřená a omezená.*

Věta 9 (o nabývání extrémů). *Nechť $M \subset \mathbf{R}^n$ je neprázdná kompaktní množina a $f : M \to \mathbf{R}$ je spojitá na M. Pak f nabývá na M svého maxima i minima.*

Důsledek. *Nechť $M \subset \mathbf{R}^n$ je neprázdná kompaktní množina a $f : M \to \mathbf{R}$ je spojitá na M. Pak f je omezená na M.*