9. cvičení (5. května 2008)

Co jsme dělali?

Pracovali jsme s dobrými aproximacemi a řetězovými zlomky. Konečné řetězové zlomky vyjadřují racionální čísla; nekonečné periodické řetězové zlomky zase vyjadřují kořeny kvadratických rovnic s celočíselnými koeficienty. Uvedli jsme si, jak souvisí dobré aproximace iracionálního čísla s částečnými součty jeho řetězového zlomku.

Příklady

-2. Najdi všechny dobré aproximace $\frac{20}{9}$.

-1. Vyjádři ve tvaru řetězového zlomku číslo $\sqrt{3}$. Popiš dobré aproximace tohoto čísla.

0. Spočti, kolik je $[1, 1, \dots] = [\overline{1}]$.

1. Vyjádři $\frac{321}{79}$ jako řetězový zlomek.

2. Najdi všechny dobré aproximace $\frac{19}{16}$.

3. Vyjádři ve tvaru řetězového zlomku číslo $\sqrt{6}$. Popiš dobré aproximace tohoto čísla.

4. Spočti, kolik je $[a, a, \dots] = [\overline{a}]$, kde a je libovolné přirozené číslo.

5. Zjisti, jak souvisí vyjádření podílu dvou přirozených čísel ve tvaru řetězového zlomku s Euklidovým algoritmem hledajícím jejich NSD.

6. Vyjádři ve tvaru řetězového zlomku číslo $\sqrt{a^2+1}$, je-li a přirozené číslo. Popiš dobré aproximace tohoto čísla.

7. Jakému racionálnímu číslu se rovná řetězový zlomek $[1, 1, 1, \dots, 1]$, v němž je n jedniček?

8. Vyjádři jako řetězový zlomek číslo $\left(\frac{2n+1}{2n}\right)^2$.

9. Pro jaká $D \in \mathbb{R}$ je $\sqrt{D} = [a_0, \overline{a_1, a_2}]$? (Z obecné věty vyplývá, že pokud $D \in \mathbb{Q}$ není čtverec, je $a_2 = 2\lfloor\sqrt{D}\rfloor$.)

Těžší příklad

1. (Pro vášnivé počtáře) Jaký je další člen posloupnosti 2, 3, 41, 7, 13, 19, 58, 31, 106?