Písemka z Teorie čísel a RSA, 19. května 2006

1. příklad (5 bodů)
Napiš dvě různé formulace čínské zbytkové věty („algebraickou“ a tu, která se týká řešení soustavy kongruencí).

2. příklad (5 bodů)
Vyřeš soustavu kongruencí $x \equiv 2 \pmod 5$, $x \equiv 8 \pmod{11}$, kde $x \in \mathbb{Z}$.

3. příklad (5 bodů)
Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že $12x + 15y + 10z = 1$.

4. příklad (5 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $5x^2 - 4y^2 = 13$.

5. příklad (8 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $y^3 = x^3 + 5x^2 + 12x + 8$.

6. příklad (10 bodů)
Najdi všechna $x, y, u, v \in \mathbb{Z}$ taková, že $2x^2 + y^2 = u^2$ a $x^2 + 2y^2 = v^2$.

7. příklad (5 bodů)
Definuj prvočinitele v $\mathbb{Z}[i]$. Rozhodni, je-li $5 + 4i$ prvočinitel.

8. příklad (5 bodů)
Najdi největší společný dělitel čísel $2 - 5i$ a $3 + 2i$ v $\mathbb{Z}[i]$.

9. příklad (10 bodů)
Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že čísla x a y jsou nesoudělná a platí $x^2 + y^2 = z^3$.

10. příklad (bonusový, 15 bodů)
Najdi všechna $x, y, z, u \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 2xyzu$.

11. příklad (kdyby se někdo obzvláště nudil, 15 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^2 + 11 = y^3$.

K získání zápočtu je potřeba aspoň 30 bodů. Přeji hodně štěstí a hodně zábavy při řešení.

Písemka z Teorie čísel a RSA, 19. května 2006

1. příklad (5 bodů)
Napiš dvě různé formulace čínské zbytkové věty („algebraickou“ a tu, která se týká řešení soustavy kongruencí).

2. příklad (5 bodů)
Vyřeš soustavu kongruencí $x \equiv 2 \pmod 5$, $x \equiv 8 \pmod{11}$, kde $x \in \mathbb{Z}$.

3. příklad (5 bodů)
Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že $12x + 15y + 10z = 1$.

4. příklad (5 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $5x^2 - 4y^2 = 13$.

5. příklad (8 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $y^3 = x^3 + 5x^2 + 12x + 8$.

6. příklad (10 bodů)
Najdi všechna $x, y, u, v \in \mathbb{Z}$ taková, že $2x^2 + y^2 = u^2$ a $x^2 + 2y^2 = v^2$.

7. příklad (5 bodů)
Definuj prvočinitele v $\mathbb{Z}[i]$. Rozhodni, je-li $5 + 4i$ prvočinitel.

8. příklad (5 bodů)
Najdi největší společný dělitel čísel $2 - 5i$ a $3 + 2i$ v $\mathbb{Z}[i]$.

9. příklad (10 bodů)
Najdi všechna $x, y, z \in \mathbb{Z}$ taková, že čísla x a y jsou nesoudělná a platí $x^2 + y^2 = z^3$.

10. příklad (bonusový, 15 bodů)
Najdi všechna $x, y, z, u \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^2 + y^2 + z^2 + u^2 = 2xyzu$.

11. příklad (kdyby se někdo obzvláště nudil, 15 bodů)
Najdi všechna $x, y \in \mathbb{Z}$ taková, že $x^2 + 11 = y^3$.

K získání zápočtu je potřeba aspoň 30 bodů. Přeji hodně štěstí a hodně zábavy při řešení.