Výsledky příkladů ze cvičení

Poslední změna 6. března 2020

Tento dokument obsahuje výsledky pouze (vybraných) příkladů, které nebyly spočteny na cvičení. Číslování odpovídá zadáním na webu.

Cvičení 27.2.

4(c) $\mathsf{E}Z = \lambda\frac{1-p}{p}$, $\mathsf{Var}\, Z = \frac{\lambda(1-p)(p+\lambda)}{p^2}$ (ideálně spočteno z rovností pro střední hodnotu a rozptyl náhodného součtu, ale lze i z vytvořující funkce Z)

Cvičení 5.3.

5. (c) 1/3, (d) $\mathsf{P}(X_2 = 0) = 33/125$, $\mathsf{P}(X_2 = 1) = 11/125$, $\mathsf{P}(X_2 = 2) = 36/125$, $\mathsf{P}(X_2 = 3) = 18/125$, $\mathsf{P}(X_2 = 4) = 27/125$.

6. (c) pro $X_0 = 1$ má T stejné rozdělení jako $1+Y$, kde Y má geometrické rozdělení s parametrem 1/2, tedy $\mathsf{P}(T = n) = 1/2^n$ pro $n = 1, 2, \dots$.
   Pro $X_0 = 3$ máme $\mathsf{P}(T = n) = \mathsf{P}(T \leq n) - \mathsf{P}(T \leq n-1) = \mathsf{P}(X_n = 0) - \mathsf{P}(X_{n-1} = 0) = (1 - \frac{1}{2^n})^3 - (1 - \frac{1}{2^{n-1}})^3$.

7. Jeden z možných způsobů: q řeší rovnici $P_U(x) = x$ na $(0, 1)$, hledáme tedy řešení $f(x) = 0$ pro $f(x) = P_U(x) - x$. Funkce f je konvexní na $(0, 1)$, $f(0) > 0$ a $f(1) = 1$, má jeden stacionární bod x_0, kde $f'(x_0) = 0$. Nutně tedy $q < x_0$. Výraz $f'(x_0) = 0$ lze pro (a) přepsat jako $P_U(x_0) = 1/\lambda$. Jelikož P_U je rostoucí na (0,1), pak $q = P_U(q) < P_U(x_0) = 1/\lambda$. Pro (b) je postup podobný.