

## Úvod do komplexní analýzy — cvičení 5

1) Určete, ve kterých bodech jsou následující funkce definovány, a ve kterých bodech mají derivaci podle komplexní proměnné:

a)  $F(z) = \int_0^1 \frac{1}{1-tz} dt$

b)  $G(z) = \int_0^1 \frac{1}{\cos tz} dt$

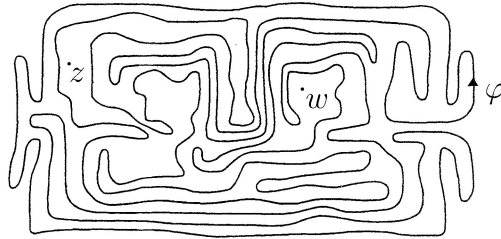
2) Najděte přírůstek logaritmu funkce  $f$  podél cesty  $\varphi$

a)  $f(z) = z^2$ ,  $\varphi(t) = e^{it}$ ,  $t \in [0, 6\pi]$ .

b)  $f(z) = 1/z$ ,  $\varphi(t) = e^{-2it}$ ,  $t \in [-3\pi, 3\pi]$ .

c)  $f(z) = e^z$ ,  $\varphi(t) = e^{-it}$ ,  $t \in [-\pi, \pi]$ .

3) Určete index bodů  $w$  a  $z$  k cestě  $\varphi$ .



4) Uvažujme dva různé body  $z_1, z_2 \in \mathbb{C}$  a kružnici  $\varphi$ , která je neprotíná. Jakých hodnot může nabývat přírůstek logaritmu funkce  $f = (z - z_1)(z - z_2)$  podél  $\varphi$ ?

5) Uvažujme křivku  $\varphi(t) = e^{it} \sin 2t$ ,  $t \in [0, 3\pi]$ . Určete index bodu  $k$   $\varphi$  pro každý bod  $v \in \mathbb{C} \setminus \langle \varphi \rangle$ .

6) Uvažujme křivku  $\varphi(t) = e^{2it} \cos t$ ,  $t \in [0, 2\pi]$ . Určete index bodu  $k$   $\varphi$  pro každý bod  $v \in \mathbb{C} \setminus \langle \varphi \rangle$ .