

Historické příběhy některých pojmů školské matematiky

Zdeněk Halas

KDM MFF UK

16. září 2025

Základní schéma výkladu nové látky

1. Motivace

- nadnesení problému
- historie matematiky, „příběh“
- pokus (modelování, měření)
- formulace hypotézy

2. Odvození, důkaz („nejmatematictější“ část)

- prozkoumání hypotézy, odvození výsledku, řešení problému
- formulace výsledku (srozumitelnost, odborná terminologie)

3. Procvičování, práce s chybou

- od jednoduššího ke složitějšímu
- včasná detekce chyb a práce s nimi
- hodnocení

4. Aplikace

- ne nutně u každého tématu (riziko triviality)
- matematika napomáhající výkladu některých jevů v reálném světě
- integrace poznatků z matematiky i z ostatních předmětů

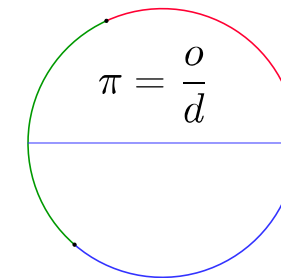
Pozorování – motivace v různorodých situacích

Obsahuje název či označení nějaké matematické jádro?

- ▶ číslo π
- ▶ logaritmus
- ▶ elipsa, parabola, hyperbola
- ▶ ...

Číslo π

- ▶ podobnost $\implies$ konstantní poměr odpovídajících si délek



- ▶ v označení je ukryt matematický příběh
- ▶ William Jones: *Synopsis Palmariorum Matheseos*, 1706 (perifereia)

Logaritmy — základní idea

John Napier (1550–1617)

Tabulka mocnin o základu 2:

1	2	5	32	9	512	13	8192
2	4	6	64	10	1024	14	16384
3	8	7	128	11	2048	15	32768
4	16	8	256	12	4096	16	65536

Např.: $16 \cdot 64 = 1024$

Pomocí tabulky: $4 + 6 = 10$, tj. 1024

Problém: tabulka je řídká.

větší základ by to ještě zhoršil: $5, 5^2 = 25, 5^3 = 125, 5^4 = 625, \dots$

Řešení: základ blízky 1. Např. 1,001 má celočíselné mocniny:

1,001 1,002001 1,003003001 1,004... 1,005... 1,006...
1,007... 1,008... 1,009... 1,010... 1,011... 1,012...

Logaritmy — základní idea

ilustrace: základ $1 - \frac{1}{10}$ (lépe je mít hodnoty v intervalu (0,1))

1	0,9	15	0,20589113209464907
2	0,81	16	0,18530201888518416
3	0,729	17	0,16677181699666577
4	0,6561	18	0,15009463529699918
5	0,59049	19	0,13508517176729928
6	0,531441	20	0,12157665459056935
7	0,4782969	21	0,10941898913151242
8	0,43046721	22	0,09847709021836118
9	0,387420489	23	0,08862938119652507
10	0,3486784401	24	0,07976644307687256
11	0,31381059609	...	
12	0,282429536481	Např.: $0,43 \cdot 0,282 = 0,12126$	
13	0,2541865828329	pomocí tabulky:	
14	0,22876792454961	$8 + 12 = 20$, tj. 0,121	

Logaritmus – název

z řeckých slov **logos** (poměr) a **arithmos** (přirozené číslo)

je-li dána aritmetická a geometrická posloupnost

logaritmy jsou **indexy poměrů** (členů geometrické posloupnosti)

Logaritmy — Napierův základ: $1 - 10^{-7}$

n	$(1 - 10^{-7})^n$
1	0,9999999
2	0,9999998 0000001
3	0,9999997 00000029999999
4	0,9999996 000000599999960000001
5	0,9999995 0000009999999000000049999999
...	
100	0,9999900 0004949983830039212...
...	
7 500 000	0,4723665 3502726813056629714...
...	
10 000 000	0,3678794 2277746949660786692...
...	
100 000 000	0,0000453 999070625241319530913...
100 000 001	0,0000453 999025225334257006781...

Různé přístupy ke kuželosečkám

Kuželosečky jako řezy kuželové plochy

vedeme řezy kuželovou plochou, vzniknou speciální křivky

Proč chceme zkoumat takovéto řezy?

Planimetrické definice kuželoseček

Jak souvisí tyto definice s řezy kuželové plochy?

Odkud se vzaly názvy: „elipsa, parabola, hyperbola“?

výhoda: pohodlněji se s těmito definicemi pracuje

Analytická vyjádření kuželoseček

odvodí se na základě planimetrických definic

skvělé pro výpočty analytickou metodou

Parabola dle Apollónia z Pergé (200 př. Kr.)

podle Eukleidovy věty o výšce:

$$|KX|^2 = |XN| \cdot |MX|$$

- rovnoběžnost $\Rightarrow |XN| = |HG| = \text{konst.}$

- vyjádřeme $|MX|$ pomocí $|VX|$

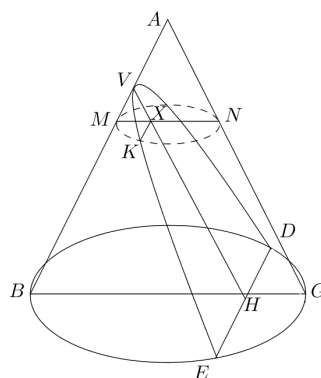
$$\triangle VMX \sim \triangle VBH \Rightarrow \frac{|MX|}{|VX|} = \frac{|BH|}{|VH|}$$

$$\text{tj.: } |MX| = \frac{|BH|}{|VH|} |VX|$$

celkem tedy:

$$|KX|^2 = |XN| \cdot |MX| = |HG| \frac{|BH|}{|VH|} \cdot |VX|.$$

$$y^2 = 2p \cdot x$$

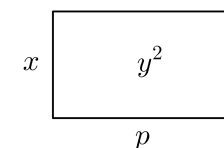


Názvy kuželoseček

Parabola dle Apollónia (200 př. Kr.)

Přikládání ploch

$$y^2 = 2p \cdot x$$



Interpretace:

úloha nalézt k zadané úsečce délky $2p$ úsečku délky x takovou, aby měl obdélník s těmito stranami stejný obsah, jako čtverec předepsaného obsahu y^2

příkládání ploch (řecky paraballó), odtud parabolé – parabola

Eukleidovy Základy, I, 44:

Eukleidovy Základy, I,44 (přikládání ploch)

Proklův komentář

Prop. XLIII, probl. XII. ¶ | *Παρὰ τὴν δοθεῖσαν εὐθεῖαν τῷ δοθέντι τριγώνῳ ἴσον παραλληλόγραμμον παραβαλεῖν ἐν γωνίᾳ, ἥ ἐστὶν ἴση τῇ δοθείσῃ γωνίᾳ εὐθυγράμμῳ.*

Ἔστι μὲν ἀρχαία, φασὶν οἱ περὶ τὸν Εὐδῆμον, ἡ καὶ τῆς τῶν Πυθαγορείων μούσης εὐρήματα ταῦτα, ἥ τε παραβολὴ τῶν χωρίων καὶ ἡ ὑπερβολὴ καὶ ἡ ἔλλειψις. ἀπὸ δὲ τούτων καὶ οἱ νεώτεροι τὰ ὀνόματα λαβόντες μετήγαγον αὐτὰ καὶ ἐπὶ τὰς κωνικὰς λεγομένας γραμμὰς, καὶ τούτων τὴν μὲν παραβολὴν, οὗ τὴν δὲ ὑπερβολὴν καλέσαντες, τὴν δὲ ἔλλειψιν, ἐκείνων τῶν παλαιῶν καὶ θείων ἀνδρῶν ἐν ἐπιπέδῳ καταγραφῇ χωρίων πρὸς εὐθεῖαν ὀρισμένην τὰ ὑπὸ τούτων σημαινόμενα τῶν ὀνομάτων ὀρώντων. ὅταν γὰρ

Elipsa a hyperbola

Apollónios I, 12 a 13

Rovnice elipsy/hyperboly (vrchol v počátku):

$$\frac{(x \mp a)^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$$

vyjádříme-li y^2 :

$$y^2 = \frac{2b^2}{a} x \mp \frac{b^2}{a^2} x^2$$

Označme $p = \frac{b^2}{a}$, pak

$$y^2 = 2p x \mp \frac{p}{a} x^2$$

minus – elleipsis

plus – hyperbolé

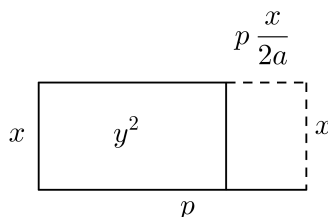
Přikládání ploch – elipsa

$$y^2 = 2p x - \frac{p}{2a} x^2$$

minus – úloha přiložit k zadané úsečce délky $2p$ úsečku délky x takovou, aby výsledný obdélník obsahoval menší obdélník (plnou čarou) se stranou x ,

který by měl stejný obsah, jako předepsaný čtverec y^2 , a zároveň byl **menší o čárkovaný obdélník** podobný zadanému obdélníku se stranami $2a$, $2p$.

Velkému obdélníku tedy chybí (řecky elleipó) čárkovaný obdélník. Odtud má elipsa svůj název (elleipsis).



Přikládání ploch – hyperbola

$$y^2 = 2p x + \frac{p}{a} x^2$$

plus – obdélník o obsahu y^2 **přesahuje** (řecky hyperballó) obdélník se stranami $2p$, x .

Odtud má hyperbola svůj název (hyperbolé).