



MATEMATICKÁ ANALÝZA 2

1. Definujte: primitivní funkce, zobecněný Riemannův integrál, dělení.
2. Vypočtěte délku následující křivky (jedná se o čtvrtinu asteroidy; ta je grafem jisté monotónní funkce):

$$x = 2 \cos^3 t, \quad y = 2 \sin^3 t, \quad t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right].$$

3. L. Euler uvedl ve své slavné učebnici (*Introductio in analysin infinitorum*, 1748; str. 90) hodnotu e s přesností na 23 míst. Kolik členů Taylorova rozvoje funkce e^x se středem v bodě 0 musel při výpočtu vzít?
4. Které Eulerovy substituce lze použít na výpočet následujícího integrálu? Lze použít hyperbolické funkce? V kladném případě vždy proveďte příslušnou transformaci na integrál racionální funkce.

$$\int \sqrt{x^2 - 2x - 3} \, dx$$

5. Dokažte větu o integraci per partes.
6. Celestýn počítal celou noc integrály, a tak následujícího dne na přednášce z analýzy usínal. Zaznamenal si tedy jen část znění věty, důkaz mu chybí úplně. Pomozte mu vše doplnit.

Za předpokladů ... existuje ... polynom $T_n(x)$ stupně nejvýše n takový, že zbytek ... je roven $o((x-a)^n)$, ...

7. Dokažte každé z následujících tvrzení, které je platné:
 - Dirichletova funkce je riemannovsky integrovatelná na intervalu $[0, 1]$.
 - Monotónní funkce je riemannovsky integrovatelná na intervalu $[a, b]$.
 - Funkce spojitá na intervalu $(0, 1)$ je na tomto intervalu riemannovsky integrovatelná.