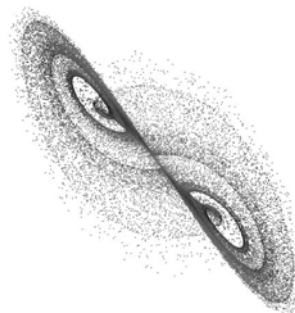


# Matematická analýza a její aplikace

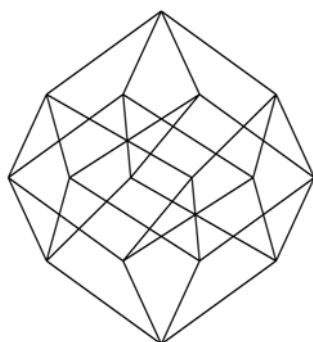
Katedra matematické analýzy MFF UK

Při studiu živé i neživé přírody, procesů fyzikálních, biologických, ekonomických i společenských se často používají matematické modely. Zákonitosti popisovaných jevů, vyjádřené jazykem matematiky, nabývají tvaru složitých rovnic, jejichž neznámými nejsou čísla, ale funkce nebo i složitější objekty. Při sestavování a řešení takovýchto rovnic hrají důležitou roli metody matematické analýzy. Zpravidla se totiž stává, že řešení rovnic nelze přímo „vypočítat“. Do popředí zájmu se proto dostávají otázky, zda vůbec daná řešení v matematickém smyslu „existují“, případně kolik jich je a jaké další vlastnosti lze o nich různými nepřímými metodami dedukovat. Jednou z mnoha zajímavých otázek je například chování řešení evolučních rovnic (tedy rovnic s časovou proměnnou) v relativní budoucnosti. Ukazuje se, že hodnoty i tzv. chaotických řešení se často blíží k poměrně nechaoticky vypadajícím množinám, tzv. „atraktorům“ dané rovnice. Jeden z takových atraktorů si můžete prohlédnout na obrázku.

Metody tohoto výzkumu se nacházejí na pomezí dvou disciplín matematické analýzy, teorie diferenciálních rovnic a tzv. funkcionální analýzy. V teorii **diferenciálních rovnic** leží v popředí zájmu otázky spojené s existencí, jednoznačností a vlastnostmi příslušných řešení, zatímco **funkcionální analýza** se obecněji zabývá studiem nekonečně-rozměrných „prostorů“, ve kterých se daná řešení nacházejí. Funkcionálně analytický přístup umožňuje zacházet se složitými objekty (jako jsou například funkce) jako s „body“ v příslušném nekonečně-rozměrném „prostoru“. Geometrická představitost zde hraje jistě důležitou roli, i když zejména v nekonečně-dimenzionálních prostorech si lze některé objekty představit jen velmi obtížně. Vždyť už například „jen čtyřrozměrná“ krychle je pro naši představivost poměrně obtížný úkol – viz další obrázek.



Lorenzův atraktor



4d krychle

Abstraktněji zaměřená větev funkcionální analýzy zkoumá samotné nekonečně-dimenzionální prostory a jejich strukturu z různých úhlů pohledu. Jak je příznačné pro matematiku, i ve funkcionální analýze je klíčové propojení různých myšlenkových proudů, například **klasické analýzy** s tzv. **topologií**, zkoumající podrobněji některé ryze geometrické aspekty abstraktních prostorů, ale také s teorií pravděpodobnosti či s teorií grup. Často také potřebujeme znát některé vlastnosti hledané funkce ještě dříve, než příslušnou funkci nalezneme. Těmito problémy se zabývá podobor funkcionální analýzy zvaný **prostory funkcí**. Vlastnosti, které můžeme požadovat od funkcí, je pak možné sdělit ve formě seznamu všech možných prostorů, do kterých ona funkce patří.

Mezi disciplíny studované na KMA patří i **geometrická teorie míry** a **variační počet**, jehož metodami se snažíme najít řešení, které zhruba řečeno minimalizuje energii daného systému. Jako příklad uveďme deformaci tělesa z elastického materiálu. V rámci výzkumu jsou kupříkladu hledány optimální podmínky, které zaručí, že se materiál netrhá a lze jej zdeformovat zpět do původního tvaru.

Počátek klasické matematické analýzy se většinou klade do 17. století a je spojen se jmény Isaaca Newtona a Gottfrieda Wilhelma Leibnize, jejichž objev tzv. diferenciálního a integrálního počtu lze bez nadsázky považovat za jeden z největších vědeckých objevů v dějinách lidstva vůbec.

**Klasická matematická analýza, reálná i komplexní**, navazuje dodnes na pojmy definované Newtonem a Leibnizem, a to především ve své části, která se zabývá studiem **teorie reálných funkcí**. Při studiu na KMA se ovšem důkladně seznámíte také s mnohem pozdějšími „moderními“ teoriemi derivace a integrace, tj. zejména s **Lebesgueovým integrálem** a teorií absolutně spojitých, tj. „skoro všude“ diferencovatelných funkcí.

**Matematickou analýzu** je možné studovat na MFF UK formou navazujícího magisterského, případně doktorského studia na Katedře matematické analýzy po absolvování bakalářského studia *Obecné matematiky*. Více informací o tomto studiu a také o naší katedře můžete nalézt na stránce

<http://www.karlin.mff.cuni.cz/katedry/kma/>

