

Zkouška bude jen ústní a bude mít následující strukturu. Zkoušený dostane pět otázek:

1. definici (ze seznamu níže),
2. lehkou větu (ze seznamu níže),
3. těžkou větu (ze seznamu níže),
4. početní příklad,
5. problémový (teoretický) příklad.

Každá otázka bude ohodnocena max. 10 body, celkem je tedy možno získat až 50 bodů. Výsledná známka bude udělena podle následujících kritérií:

- známka 1 - 45 – 50 bodů
- známka 2 - 38 – 44 bodů
- známka 3 - 30 – 37 bodů

Pro účast na ústní zkoušce je potřeba mít zápočet. Znění vět a definic, které byly na přednášce, ale nejsou uvedeny na žádném seznamu níže (zpravidla protože byly na přednášce bez důkazu), může být potřeba při řešení početního, nebo problémového příkladu.

Definice

- supremum a infimum
- zdola omezená, shora omezená nebo omezená množina
- limita posloupnosti (vlastní i nevlastní)
- vybraná posloupnost
- monotonní posloupnost
- konvergentní, divergentní posloupnost
- rozšířená reálná osa
- limes superior, limes inferior
- součet nekonečné řady
- absolutně konvergentní řada
- okolí, prstencové okolí
- limita funkce (včetně jednostranných)
- spojitost funkce v bodě (i jednostranná)

- spojitost funkce na intervalu
- derivace funkce v bodě
- monotonní funkce
- extrémů funkce
- konvexní a konkávní funkce

Lehké věty

- iracionalita $\sqrt{2}$
- o existenci infima
- Archimédova vlastnost
- hustota \mathbb{Q} a $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
- trojúhelníková nerovnost
- jednoznačnost vlastní limity posloupnosti
- omezenost konvergentní posloupnosti
- o limitě vybrané posloupnosti
- o dvou strážnících
- o limitě monotónní posloupnosti
- o dělení nulou
- nutná podmínka konvergence řady
- linearita řad
- srovnávací kritérium konvergence řad
- limitní srovnávací kritérium konvergence řad
- vztah konvergence a absolutní konvergence
- Leibnizovo kritérium konvergence řad
- součin řad (důkaz jen absolutní konvergence)
- o jednoznačnosti limity funkce
- limita funkce a omezenost
- limita složené funkce

- spojitost inverzní funkce
- vztah derivace a spojitosti
- derivace a limita derivace
- nutná podmínka lokálního extrému

Těžké věty

- aritmetika limit posloupností
- Bolzano-Weierstrassova
- Bolzano-Cauchyho podmínka pro posloupnosti
- odmocninové kritérium konvergence řad
- podílové kritérium konvergence řad
- Heineho věta
- o aritmetice limit funkcí (důkaz jen pro součet)
- Darbouxova vlastnost spojitě funkce

Příklad zadání:

1. Napište definici vybrané posloupnosti.
2. Zformulujte a dokažte větu o limitě složené funkce
3. Zformulujte a dokažte podílové kritérium konvergence řad
4. Vyšetřete průběh funkce f (definiční obor, obor hodnot, limity v krajních bodech definičního oboru, sudost, lichost, periodičnost, intervaly monotonie, lokální extrémy, intervaly konvexity a konkavity, inflexní body, asymptoty) pro

$$f(x) = \log^3 |x| - 3 \log |x|.$$

5. Rozhodněte, zda existuje posloupnost, která má přesně 4 různé hromadné hodnoty.