

Sada příkladů na 4.-5. týden

1. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{4n^3 - n}$ .
2. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2}{n^3 - 7}$ .
3. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 7^n}{n^2 + 6 \cdot 9^n}$ .
4. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n^{17}}{n! + 5^n}$ .
5. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$ .
6. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{311} - n^{311}}{(n+3)^{311} - (n+5)^{311}}$ .
7. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ .
8. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} n^3 \frac{\sqrt{n^2 + 1} - n}{n^2 + 1}$ .
9. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt{n^2 + 3} - \sqrt[3]{n^3 + 5})$ .
10. Rozhodněte, zda existuje  $\lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n \sqrt{n}(\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$ .
11. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1 + 2^n}$ .
12. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n + 3^n + 7^n}$ .
13. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , kde  $a_1 = \sqrt{2}$ ,  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$ ,  $n \geq 1$ .
14. Rozhodněte, zda existuje  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , kde  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{a_n}$ ,  $n \geq 1$ .
15. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , kde  $a_1 = 2$ ,  $a_{n+1} = 2 - \frac{1}{a_n}$ ,  $n \geq 1$ .
16. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ , kde  $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = \frac{a_n + 4}{a_n + 1}$ ,  $n \geq 1$ .
17. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} 1 + q + q^2 + \dots + q^n$ ,  $|q| < 1$ .
18. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$ .
19. Najděte  $\limsup_{n \rightarrow \infty}$  a  $\liminf_{n \rightarrow \infty}$  pro  $a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2}{3}n\pi$ .