

Sada příkladů na 3. týden

1. U následujících množin nalezněte sup, inf, max a min (pokud existují).
Ověřte z definice.
 a) $M = \left\{ n^2 - m^2; n, m \in \mathbb{N} \right\},$
 b) $M = \left\{ 2^{-n} + 3^{-m}; n, m \in \mathbb{N} \right\},$
 c) $M = \left\{ \frac{1}{\sqrt{n+4}}; n \in \mathbb{N} \right\}.$
2. Spočtěte z definice a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2}$, b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$, c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$, d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$.
3. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{4n^3 - n}$.
4. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2}{n^3 - 7}$.
5. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n + 7^n}{n^2 + 6 \cdot 9^n}$.
6. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + n^{17}}{n! + 5^n}$.
7. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$.
8. Spočtěte $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{311} - n^{311}}{(n+3)^{311} - (n+5)^{311}}$.