

Věta 1 (stejněměrná spojitost spojitých funkcí). *Je-li f spojitá na $[a, b]$ potom platí*

$$\forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x, y \in [a, b] : |x - y| < \delta \implies |f(x) - f(y)| < \varepsilon.$$

Funkce splňující vlastnost z výše uvedená věty se nazývají stejnoměrně spojitě.

Věta 2 (spojitost a Riemannův integrál). *Je-li f spojitá na $[a, b]$, potom platí $f \in \mathfrak{R}([a, b])$.*

Věta 3 (vlastnosti Riemannova integrálu). *Platí následující:*

1. *nechť $f, g \in \mathfrak{R}([a, b])$, $f \leq g$ na $[a, b]$, potom*

$$\int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b g(x) dx,$$

2. *je-li $f, g \in \mathfrak{R}([a, b])$ a $\alpha \in \mathbb{R}$, potom i $f + g, \alpha f \in \mathfrak{R}([a, b])$ a platí*

$$\int_a^b f(x) + g(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_a^b g(x) dx \quad \text{a} \quad \int_a^b \alpha f(x) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx,$$

3. *je-li $f \in \mathfrak{R}([a, b])$ potom i $|f| \in \mathfrak{R}([a, b])$ a platí*

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx,$$

4. *nechť $f \in \mathfrak{R}([a, b])$, pokud $f = g$ na $[a, b]$ až na konečně mnoho bodů, potom $g \in \mathfrak{R}([a, b])$ a platí*

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b g(x) dx,$$

5. *je-li $f \in \mathfrak{R}([a, b])$ a $f \in \mathfrak{R}([b, c])$, potom $f \in \mathfrak{R}([a, c])$ a platí*

$$\int_a^c f(x) dx = \int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$$

Věta 4 (závislost integrálu na horní mezi). *Nechť pro $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$, $a, b \in \mathbb{R}^*$ platí, že $f \in \mathfrak{R}([\alpha, \beta])$ pro každý interval $[\alpha, \beta] \subset (a, b)$. Zvolme $c \in (a, b)$ a položme*

$$F(x) = \int_c^x f(x) dx.$$

Potom

1. *F je spojitá na (a, b) ,*

2. je-li f spojitá v bodě y , potom $F'(y)$ existuje a platí $F'(y) = f(y)$.

Věta 5 (spojitost a primitivní funkce). *Platí následující:*

1. nechť f je spojitá na intervalu (a, b) , $a, b \in \mathbb{R}^*$, $a < b$, potom f má na (a, b) primitivní funkci,
2. nechť f je spojitá na intervalu $[a, b]$ a nechť F je primitivní funkce k f na (a, b) , potom

$$(R) \int_a^b f(x) dx = \lim_{x \rightarrow b-} F(x) - \lim_{x \rightarrow a+} F(x)$$