Definice 1 (zjemnění a norma dělení)**.** *Pro dělení $D \in \mathfrak{D}([a,b])$ s dělícími body $x_0, \ldots, x_n$ definujeme* **normu dělení** *D (zn. $|D|$) jako* $\max\limits_{i=0,\ldots n-1}(x_{i+1} - x_i)$.

Jsou-li $D, D' \in \mathfrak{D}([a,b])$, říkáme, že D' je **zjemněním** *D pokud všechny dělící body D jsou zároveň dělícími body D'.*

Věta 2 (vlastnosti dělení)**.** *Nechť f je omezená na intervalu $[a,b]$ a nechť $D, D' \in \mathfrak{D}([a,b])$ potom*

1. *pokud D' je zjemněním D, pak*

$$s(f,D) \leq s(f,D') \leq S(f,D') \leq S(f,D),$$

2. $s(f,D) \leq S(f,D')$, *speciálně* $\underline{\int_a^b} f(x)\,dx \leq \overline{\int_a^b} f(x)\,dx$

Věta 3 (nutná a postačující podmínka existence Riemannova integrálu)**.** *Pro funkci $f : [a,b] \to \mathbb{R}$ platí*

$$f \in \mathfrak{R}([a,b]) \iff \forall \varepsilon > 0\ \exists D \in \mathfrak{D}([a,b]) : S(f,D) - s(f,D) < \varepsilon.$$

Věta 4 (monotónnie a Riemannův integrál)**.** *Je-li f monotónní na $[a,b]$, potom platí $f \in \mathfrak{R}([a,b])$.*