Věta 0.1 (Archimedova vlastnost $\mathbb{R}$)**.** *Je-li $x \in \mathbb{R}$, pak existuje $n \in \mathbb{N}$ takové, že $n > x$.*

Věta 0.2 (hustota $\mathbb{Q}$ a $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ v $\mathbb{R}$)**.** *Pro každá $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$, existuje $p \in \mathbb{Q}$ takové, že platí $a < p < b$. Zároveň existuje $q \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ takové, že platí $a < q < b$.*

Věta 0.3 (o existenci infima)**.** *Každá neprázdná zdola omezená podmnožina $\mathbb{R}$ má infimum.*

Množiny a zobrazení

Množiny zadáváme výčtem - $\{\}$, $\{3, 1-i\}$ apod. - nebo ve tvaru $\{x \in X : \varphi(x)\}$, kde φ je výroková funkce na množině X. Budeme používat následující značení:

- $(A \subseteq B) \iff (\forall x \in A : x \in B)$ (A je **podmnožinou** B),
- $(A = B) \iff ((A \subseteq B) \wedge (B \subseteq A))$ (A **je rovná** B),
- $A \cap B = \{x \in A : x \in B\}$ (**průnik** A s B),
- $A \setminus B = \{x \in A : x \notin B\}$ (**doplněk** B v A),
- $A \cup B = \{x \in X : (x \in A) \vee (x \in B)\}$ (**sjednocení** A a B), kde X je množina, $A, B \subseteq X$.

Platí (de Morganovy vzorce)

- $X \setminus (A \cup B) = (X \setminus A) \cap (X \setminus B)$,
- $X \setminus (A \cap B) = (X \setminus A) \cup (X \setminus B)$.

Budeme používat i

- $\displaystyle\bigcup_{\alpha \in A} M_\alpha = \{x \in X : \exists \alpha \in A : x \in M_\alpha\}$,
- $\displaystyle\bigcap_{\alpha \in A} M_\alpha = \{x \in X : \forall \alpha \in A : x \in M_\alpha\}$,

kde $\{M_\alpha\}_{\alpha \in A}$ je systém podmnožín X (indexovaný množinou A). Opět platí

- $\displaystyle X \setminus \left(\bigcup_{\alpha \in A} M_\alpha\right) = \bigcap_{\alpha \in A} (X \setminus M_\alpha)$,
- $\displaystyle X \setminus \left(\bigcap_{\alpha \in A} M_\alpha\right) = \bigcup_{\alpha \in A} (X \setminus M_\alpha)$.

Podmnožinu $F \subseteq X \times Y$ budeme nazývat **zobrazením z** X **do** Y (zkráceně píšeme $F : X \to Y$) pokud

- $\forall x \in X\ \exists y \in Y:\ (x, y) \in F$,
- $\forall (x, y) \in F\ \forall (u, v) \in F:\ (x = y) \implies (u = v)$.

Místo $(x, y) \in F$ píšeme $F(x) = y$. Množinu X nazýváme **definičním oborem** zobrazení F (značíme D_F), množinu $R_F = \{y \in Y : \exists x \in X :\ \ F(x) = y\}$ nazýváme **oborem hodnot** F. Je-li $F : X \to Y$ říkáme, že je F

- z X **na** Y, pokud $\forall y \in Y\ \exists x \in X : F(x) = y$ (značíme též $F : X \overset{\text{na}}{\to} Y$),
- **prosté**, pokud $\forall x \in X\ \forall z \in X:\ (x \neq z) \implies (F(x) \neq F(z))$.

Je-li $F : X \to Y$ prosté a na definujeme **inverzní zobrazení** $F^{-1} : Y \to X$ předpisem $F^{-1}(y) = x \iff F(x) = y$.

Pro zobrazení $F : X \to Y$ a $G : Z \to W$, kde $R_F \subset Z$ definujeme složené zobrazení $G \circ F : X \to W$ předpisem $G \circ F(x) = G(F(x))$, $x \in X$.

Na procvičení. *Platí* $(F^{-1})^{-1} = F$ *a* $F^{-1} \circ F(x) = x$.