

Matematická analýza III - NMAI056 - požadavky ke zkoušce.

Zkouška bude pouze ústní, student vždy dostane čtyři otázky:

- početní příklad,
- teoretický příklad,
- tzv. lehkou větu,
- tzv. těžkou větu.

Teoretický příklad bude jednoduchá úvaha, vyžadující zpravidla jen porozumění nějaké definici ze seznamu níže (případně i základním pojmům z předchozích semestrů, jako jsou třeba uzavřená množina nebo limita posloupnosti). Například se můžu zeptat, zda funkce $z \mapsto \bar{z}$ splňuje Cauchy-Riemannovy podmínky, jestli existuje konečná množina, která není nulová, ap.

Lehké a těžké věty jsou rozlišeny v seznamu vět níže, u těžkých je uvedeno (T), ostatní jsou lehké.

Hodnocení bude následující: čtyři správné odpovědi znamenají známku 1, tři správné odpovědi známku 2, dvě správné odpovědi známku 3, v ostatních případech bude student hodnocen známkou 4.

Definice:

Box, dělení boxu, horní a dolní součet vzhledem k dělení. Horní, dolní a Riemannův integrál přes box. Nulová množina. Riemannův integrál přes obecnou množinu, objem množiny. Regulární zobrazení.

Derivace v komplexním oboru, Cauchy-Riemannovy podmínky, holomorfní funkce. Konvergence a absolutní konvergence řad s komplexními členy. Mocnná řada a její poloměr konvergence.

Bodová a stejnoměrná konvergence posloupnosti (řady) funkcí, stejnoměrně Cauchyovská posloupnost (řada) funkcí. Fourierova řada.

ε -sítě, hustá množina, kontraktivní zobrazení

Věty:

Lemma o horním a dolním součtu

Lemma - spočetné sjednocení nulových množin je nulová množina

Lemma - $\int f = 0$, $f \geq 0$, potom $\{f > 0\}$ nulová

Lemma - Fubini pro horní a dolní integrály (T)

Fubiniho věta

Lemma - $f' = 0$ na $\mathbb{C}$, potom f konstantní na $\mathbb{C}$

Věta - totální diferenciál a Cauchy-Riemannovy podmínky implikují existenci derivace (T)

Lemma - absolutní konvergence implikuje konvergenci

Konvergence uvnitř kruhu konvergence

Lemma - vzorečky pro výpočet poloměru konvergence

Lemma - poloměr konvergence derivované řady

Lemma - derivování člen po členu (T)

Abelova věta o konvergenci na hranici (T)

Lemma - nutná a postačující podmínka stejnoměrné konvergence

Bolzano-Cauchyova podmínka pro stejnoměrnou konvergenci

Věta o spojitosti stejnoměrné limity spojitých funkcí

Diniho věta o stejnoměrné konvergenci (T)

Lemma - nutná podmínka pro stejnoměrnou konvergenci řady

Lemma - Weierstrassův M -test

Riemann-Lebesgueovo lemma

Lemma - vyjádření Dirichletova jádra

Věta o bodové konvergenci fourierovy řady (T)

Lemma - kompaktní množina obsahuje konečné ε -sítě

Topologická charakterisace kompaktnosti (T)

Banachova věta o pevném bodě (T)

Baireova věta (T)

Lemma o existenci a jednoznačnosti řešení diferenciální rovnice a Picardova věta
jako jeho důsledek (T)