

Sada příkladů na 7.1.2020

**Příklady na bonusové body jsou č.3, 9 a 12**

**Průběh funkce:**

1. Vyšetřete průběh funkce  $f(x) = e^{-2x} \sin^2(x)$ .
2. Vyšetřete průběh funkce  $f(x) = e^{-x} \sqrt[3]{x^2}$ .
3. Vyšetřete průběh funkce  $f(x) = \arctan\left(\frac{x}{x^2-1}\right)$ .

**Limity funkcí v nevlastních bodech**

4.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{3x^4 - 6x^2 + 5}}$
5.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$
6.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}}(\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1})$

**l'Hospitalovo pravidlo**

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$
8.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$
9.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$

**Asymptotické chování funkcí**

10. Dokažte  $x^2 e^{-x} = o(x^a)$ ,  $x \rightarrow \infty$ ,  $a < 0$
11. Dokažte  $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt[8]{x})$ ,  $x \rightarrow 0^+$
12. a) Najděte reálné  $a$ , tak aby platilo  $\frac{1+x}{1+x^4} \sim x^a$ ,  $x \rightarrow \infty$   
b) najděte reálné  $a$ , tak aby platilo  $e^x - \cos x \sim x^a$ ,  $x \rightarrow 0$ .