

Co budeme potřebovat z teorie:

Věta (výpočet určitého integrálu). *Nechť $f, g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ a $\varphi : [\alpha, \beta] \rightarrow [a, b]$ mají spojitou derivaci na $[a, b]$, resp. na $[\alpha, \beta]$. Potom*

1. (per partes)
$$\int_a^b f(x)g'(x) dx = [F(x)]_a^b - \int_a^b f'(x)g(x) dx,$$

2. (1. věta o substituci)
$$\int_\alpha^\beta \varphi'(x) \cdot f \circ \varphi(x) dx = \int_{\varphi(\alpha)}^{\varphi(\beta)} f(x) dx,$$

3. (2. věta o substituci) *pokud je φ' kladná (záporná) na $[\alpha, \beta]$, pak*

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{\varphi^{-1}(\alpha)}^{\varphi^{-1}(\beta)} \varphi'(x) \cdot f \circ \varphi(x) dx = \int_a^b |\varphi'(x)| \cdot f \circ \varphi(x) dx.$$

Příklady:

1.
$$\int_0^{\log 4} \sqrt{e^x - 1} dx$$

2.
$$\int_0^{4\pi} \frac{1}{1 + \sin^2 x} dx$$

3.
$$\int_0^1 \arccos x dx$$

4.
$$\int_2^\infty \frac{1}{x^2} dx$$