

Sada příkladů na 5.11.2018

**Příklady na bonusové body jsou č.6 a č.12**

- Zjistěte, kde jsou nespojitě funkce  
a)  $f(x) = e^{-\frac{1}{x}}$                       b)  $f(x) = \operatorname{sgn} \cos \frac{1}{x}$ .
- Vyšetřete spojitost složených funkcí  $f(g(x))$  a  $g(f(x))$ , je-li

$$f(x) = \operatorname{sgn} x \quad g(x) = x(1 - x^2).$$

- Dokažte, že jsou-li  $f(x)$  a  $g(x)$  spojité v  $x_0$ , pak jsou spojité v  $x_0$  i funkce  
a)  $\min\{f(x), g(x)\}$                       b)  $\max\{f(x), g(x)\}$ .
- Existuje derivace funkce  $f(x) = x|x|$  v bodě 0?

- Nechť

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x \leq 1 \\ ax + b & x > 1. \end{cases}$$

Určete  $a, b$  tak, aby  $f(x)$  měla v bodě 1 derivaci.

- Pro jaké  $\alpha$  reálné má funkce

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

derivaci v bodě 0. Kdy je tato derivace v bodě 0 spojitá?

- Určete rovnici tečny a normály ke grafu funkce  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 3$  v bodě  $[-2, ?]$  grafu.

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = \frac{2x}{1 - x^2}$ .

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = \frac{\sin^2 x}{\cos x^2}$ .

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$ .

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = 2^{\operatorname{tg} \frac{1}{x}}$ .

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{1+x}{1-x}$ .

- Vypočtěte  $f'$  všude, kde existuje pro  $f(x) = x \cdot \arcsin^2(5x + 7)$ .

- Ověřte, že funkce  $u(x) = \frac{1}{|x|}$ , kde  $|x|^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$ , splňuje v  $\mathbb{R}^3 \setminus 0$  Laplaceovu rovnici  $\Delta u = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_i^2} = 0$ .

- Spočtěte  $f^{(10)}(x)$  je-li  $f(x) = \sqrt{x}$ .