

Sada příkladů na 23.10.2019

1. Přímým výpočtem ověřte, zda platí $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$ pro $f(x,y) = xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$.
2. Ukažte, že rovnice $x^2 + 2xy^2 + y^4 - y^5 = 0$ určuje v jistém okolí bodu $(0,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0.
3. Ukažte, že rovnice $2x^4y + x^3 + y^3 + xy = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(1,0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 1.
4. Ukažte, že rovnice $\sin(xy) + \cos(xy) = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(\pi,0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě π .
5. Ukažte, že rovnice $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ určuje v jistém okolí bodu $(1,1,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(1,1)$.
6. Ukažte, že rovnice $\frac{x}{z} = \log \frac{z}{y}$ určuje v jistém okolí bodu $(0,1,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(0,1)$.
7. Ukažte, že soustava $xe^{u+v} + 2uv - 1 = 0$, $ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} - 2x = 0$ určuje v jistém okolí bodu $(1,2,0,0)$ implicitně zadané zobrazení z \mathbb{R}^2 do \mathbb{R}^2 (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(1,2,0,0)$.
8. Ukažte, že soustava $x = u \cos \frac{v}{u}$, $y = u \sin \frac{v}{u}$ určuje v jistém okolí bodu $(1,0,1,0)$ implicitně zadané zobrazení z \mathbb{R}^2 do \mathbb{R}^2 (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(1,0,1,0)$.
9. Ukažte, že soustava $x = e^u + u \sin v$, $y = e^u - u \cos v$ určuje v jistém okolí bodu $(e+1, e, 1, \frac{\pi}{2})$ implicitně zadané zobrazení z \mathbb{R}^2 do \mathbb{R}^2 (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(e+1, e, 1, \frac{\pi}{2})$.