Sada příkladů na 23.10.2017

1. Dokažte z definice.
$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{x}{2}\right)^3=\frac{1}{8}.$$

2. Dokažte z definice.
a) $\lim\limits_{x\to 1^+}[x]=1,$ b) $\lim\limits_{x\to 1^-}[x]=0.$

3. Spočtěte.
(a) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1},$ (b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}.$

4. Spočtěte
$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x^2-2x}-\frac{x}{x^2-4}\right).$$

5. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0}\frac{\frac{2}{x^2}+1}{\sqrt{\frac{3}{x^4}-\frac{6}{x^2}+5}}.$$

6. Spočtěte
$$\lim_{x\to 1}\frac{x+x^2+\dots x^n-n}{x-1},\ n\in\mathbb{N}.$$

7. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0}\frac{(1+mx)^n-(1+nx)^m}{x^2},\ m,n\in\mathbb{N}.$$

8. Spočtěte
$$\lim_{x\to 1}\left(\frac{m}{1-x^m}-\frac{n}{1-x^n}\right),\ m,n\in\mathbb{N}.$$

9. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-2x-x^2}-(1-x)}{x}.$$

10. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0+}\frac{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}-\sqrt{\frac{1}{x^2}-1}}{x}.$$

11. Spočtěte
$$\lim_{x\to 16}\frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}.$$

12. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-\sqrt[3]{1-x}}{\sqrt[3]{1+x}-\sqrt{1-x}}.$$

13. Spočtěte
$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^4}}.$$

14. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin nx}{\sin mx}$, $n,\ m \in \mathbb{N}$,

15. $\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$,

16. $\lim_{x\to 1} \frac{\sin \pi x}{1-x}$,

17. $\lim_{x\to 0} \frac{\sin(a+2x) - 2\sin(a+x) + \sin a}{x^2}$, $a \in \mathbb{R}$

18. $\lim_{x\to 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}$, $a,\ b \in \mathbb{R},\ b \neq 0$

19. $\lim_{x\to 0^+} (1+x)^{\frac{1}{x}}$

20. $\lim_{x\to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$

21. $\lim_{x\to 0} \frac{\mathrm{e}^{\alpha x} - \mathrm{e}^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}$, $\alpha,\ \beta \in \mathbb{R},\ \alpha \neq \beta$