

Sada příkladů na 22.10.2017

1. Dokažte z definice.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}.$$

2. Dokažte z definice.

a) $\lim_{x \rightarrow 1^+} [x] = 1,$ b) $\lim_{x \rightarrow 1^-} [x] = 0.$

3. Spočtěte.

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1},$ (b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 1}.$

4. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{x^2 - 2x} - \frac{x}{x^2 - 4} \right).$$

5. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{2}{x^2} + 1}{\sqrt{\frac{3}{x^4} - \frac{6}{x^2} + 5}}.$$

6. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x + x^2 + \dots + x^n - n}{x - 1}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

7. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + mx)^n - (1 + nx)^m}{x^2}, \quad m, n \in \mathbb{N}.$$

8. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{m}{1 - x^m} - \frac{n}{1 - x^n} \right), \quad m, n \in \mathbb{N}.$$

9. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x - x^2} - (1 - x)}{x}.$$

10. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} - \sqrt{\frac{1}{x^2} - 1}}{x}.$$

11. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}.$$

12. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}.$$

13. Spočtěte

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}.$$

14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin nx}{\sin mx}, n, m \in \mathbb{N},$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3},$
16. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x}{1 - x},$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(a + 2x) - 2 \sin(a + x) + \sin a}{x^2}, a \in \mathbb{R}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}, a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0$
19. $\lim_{x \rightarrow 0^+} (1 + x)^{\frac{1}{x}}$
20. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg} x}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin \alpha x - \sin \beta x}, \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \alpha \neq \beta$