

Příklady na nevlastní limity:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{3x^4 - 6x^2 + 5}}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 1})$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{4}{3}}(\sqrt[3]{x^2 + 1} - \sqrt[3]{x^2 - 1})$

Příklady na l'Hospitalovo pravidlo:

1. Spočítejte l'Hospitalovým pravidlem $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$
2. Spočítejte l'Hospitalovým pravidlem $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$
3. Spočítejte l'Hospitalovým pravidlem $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$
4. Spočítejte l'Hospitalovým pravidlem $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

Příklady na asymptotické porovnávání funkcí:

1. Dokažte $\operatorname{arctg} x = O(1)$, $x \rightarrow \infty$
2. Dokažte $x^2 e^{-x} = o(x^a)$, $x \rightarrow \infty$, $a < 0$
3. Dokažte $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} = O(\sqrt[8]{x})$, $x \rightarrow 0^+$
4. Dokažte $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} \sim \sqrt{x}$, $x \rightarrow \infty$
5. Najděte reálné a , tak aby platilo $\frac{1+x}{1+x^4} \sim x^a$, $x \rightarrow \infty$
6. Najděte reálné a , tak aby platilo $e^x - \cos x \sim x^a$, $x \rightarrow 0$.

Příklady na limity posloupností:

1. Spočtěte z definice $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n}{n!}$, $a \in \mathbb{R}$
2. Spočtěte z definice $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$
4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$
5. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, kde $a_1 = \sqrt{2}$, $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 2}$, $n \geq 1$
6. $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$, $a_1 > 0$, $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{1}{a_n})$, $n \geq 1$
7. Zjistěte, pro která $x \in \mathbb{R}$ existuje $\lim_{n \rightarrow \infty} \sin nx$.
8. Najděte $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ a $\liminf_{n \rightarrow \infty}$ pro $a_n = \frac{n-1}{n+1} \cos \frac{2}{3}n\pi$
9. Najděte $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ a $\liminf_{n \rightarrow \infty}$ $a_n = n(2 + (-1)^n)$
10. Najděte $\limsup_{n \rightarrow \infty}$ a $\liminf_{n \rightarrow \infty}$ $a_n = \cos^n \frac{2}{3}n\pi$
11. Najděte hromadné body následující posloupnosti $\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{8}, \frac{7}{8}, \dots$,
 $\frac{1}{2^n}, \frac{2^n - 1}{2^n}, \dots$
12. $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \dots$