

**Příklady na bonusové body jsou č.5 z minula a č.1(c) z příkladů na limitu posloupnosti**

Příklady (převážně) z minula:

1. Rozhodněte, zda pro každé zobrazení  $f : X \rightarrow Y$ ,  $A, B \subseteq X$  a  $C, D \subseteq Y$  platí:
  - a)  $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
  - b)  $f^{-1}(C \cap D) = f^{-1}(C) \cap f^{-1}(D)$ .
2. Dokažte, že platí  $f(f^{-1}(B)) \subseteq B$  pro  $f : X \rightarrow Y$  a  $B \subseteq Y$ ,
3. U následujících množin nalezněte sup, inf, max a min (pokud existují).  
Ověřte z definice.
  - a)  $M = \{n^2 - m^2; n, m \in \mathbb{N}\}$
  - b)  $M = \{2^{-n} + 3^{-m}; n, m \in \mathbb{N}\}$
  - c)  $M = \{(-1)^{-n} + \frac{1}{m^2+m-1}; n, m \in \mathbb{N}\}$
4. Nechť  $A, B$  jsou neprázdné omezené podmnožiny  $\mathbb{R}$ . Dokažte:
  - a)  $\inf(-A) = -\sup A$
  - b)  $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$Definujeme  $-A = \{x; -x \in A\}$ ,  $A + B = \{z; z = x + y, x \in A, y \in B\}$ .
5. Nechť  $A, B$  jsou neprázdné omezené podmnožiny  $\mathbb{R}$ . Lze obecně vyjádřit  $\sup(A \cup B)$  a  $\sup(A \cap B)$  pomocí  $\sup A$  a  $\sup B$ ?

Příklady na limitu posloupnosti:

1. Spočtěte z definice a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$ , b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$ , c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$ , d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ .
2. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{4n^3 - n}$ .
3. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2}{n^3 - 7}$ .
4. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$ .
5. Spočtěte  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{311} - n^{311}}{(n+3)^{311} - (n+5)^{311}}$ .