

**Příklady na bonusové body jsou č.3 z minula a č.1(c) z příkladů na limitu posloupnosti**

Příklady (převážně) z minula:

- U následující množiny nalezněte sup, inf, max a min (pokud existují).  
Ověřte z definice.

$$M = \left\{ (-1)^{-n} + \frac{1}{m^2+m-1}; n, m \in \mathbb{N} \right\}$$

- Nechť  $A, B$  jsou neprázdné omezené podmnožiny  $\mathbb{R}$ . Dokažte:

- $\inf(-A) = -\sup A$
- $\sup(A+B) = \sup A + \sup B$
- $\inf(A-B) = \inf A - \sup B$
- $\sup(A \cdot B) = \sup A \cdot \sup B$ ,

kde  $A, B$  obsahují pouze nezáporné prvky.

Definujeme  $-A = \{x; -x \in A\}$ ,  $A+B = \{z; z = x+y, x \in A, y \in B\}$  atd.

- Nechť  $A, B$  jsou neprázdné omezené podmnožiny  $\mathbb{R}$ . Lze obecně vyjádřit  $\sup(A \cup B)$  a  $\sup(A \cap B)$  pomocí  $\sup A$  a  $\sup B$ ?
- Nechť  $M$  je neprázdna množina a necht'  $f : M \rightarrow \mathbb{R}$  a  $g : M \rightarrow \mathbb{R}$  jsou omezené funkce. Dokažte, že

$$\sup_{x \in M} (f(x) + g(x)) \leq \sup_{x \in M} f(x) + \sup_{x \in M} g(x).$$

Musí platit rovnost? Definujeme

$$\sup_{x \in M} f(x) = \sup\{z; z = f(x), x \in M\}.$$

Příklady na limitu posloupnosti (pokud zbyde čas):

- Spočtete z definice a)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n}$ , b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{2^n}$ , c)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n}{n!}$ , d)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ .
- Spočtete  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{4n^3 - n}$ .
- Spočtete  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 - n^2}{n^3 - 7}$ .
- Spočtete  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3 - 2n^2 + 1} + \sqrt[3]{n^4 + 1}}{\sqrt[4]{n^6 - 6n^5 + 2} + \sqrt[5]{n^7 + n^3 + 1}}$ .
- Spočtete  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^{311} - n^{311}}{(n+3)^{311} - (n+5)^{311}}$ .