

Sada příkladů na vázané extrém

1. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y, z) = xyz$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ .
2. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y) = -y^2 + x^2 + \frac{4}{3}x^3$  na množině  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, x \leq 0\}$ .
3. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y, z) = xyz$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 0\}$ .
4. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y, z) = xy + yz$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x + y + z = 1\}$ .
5. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y, z) = x + y$  na množině  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^3 + y^3 - 2xy = 0, x, y \geq 0\}$ .
6. Vyšetřete globální extrém funkce  $f(x, y, z) = x^2 + y$  na množině  $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^3 - 4y = 0, y \geq 0\}$ .
7. Vyšetřete globální extrém funkce  $x^2 + y^2 + z^2$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 5, x - 2y + z = 10\}$ .
8. Vyšetřete globální extrém funkce  $x^2 + y^2 + z + 2xz$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, x = y^2 + z^2\}$ .
9. Vyšetřete globální extrém funkce  $4x^2 + yz$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 48\}$ .
10. Vyšetřete globální extrém funkce  $x^2 + y^2 + z^2$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = z^2, 3z + 3 = x\}$ .
11. Vyšetřete globální extrém funkce  $3x - y - 3z$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = z, 24 = x^2 + 2z^2\}$ .
12. Vyšetřete globální extrém funkce  $x + 2y + 3z$  na množině  $M = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y = 2, x^2 + y^2 + z^2 = 4\}$ .

Výsledky:

1. Globální maxima v bodech  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ , globální minima v bodech  $\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ .
2. Globální minimum v bodě  $(-2, 0)$  globální maximum v bodě  $(-\frac{1}{2}, 0)$ .
3. Globální maxima v bodech  $\left(\frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ , globální minima v bodech  $\left(-\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right), \left(\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, -\frac{2}{\sqrt{6}}\right)$ .

4. Globální maxima v bodech  $\left(\frac{1-\sqrt{5}}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$ ,  $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}, \frac{1}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{4}\right)$ , globální minimum v bodě  $\left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ .
5. Globální maximum v bodě  $(1, 1)$ , globální minimum v bodě  $(0, 0)$ .