

Sada příkladů na 11. týden

1. Ukažte, že rovnice $x^2 + 2xy^2 + y^4 - y^5 = 0$ určuje v jistém okolí bodu $(0, 1)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0.
2. Ukažte, že rovnice $2x^4y + x^3 + y^3 + xy = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(1, 0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 1.
3. Ukažte, že rovnice $\sin(xy) + \cos(xy) = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(\pi, 0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě π .
4. Ukažte, že rovnice $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ určuje v jistém okolí bodu $(1, 1, 1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(1, 1)$.
5. Ukažte, že rovnice $\frac{x}{z} = \log \frac{z}{y}$ určuje v jistém okolí bodu $(0, 1, 1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(0, 1)$.
6. Ukažte, že soustava $xe^{u+v} + 2uv - 1 = 0$, $ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} - 2x = 0$ určuje v jistém okolí bodu $(1, 2, 0, 0)$ implicitně zadané zobrazení z $\mathbb{R}^2$ do $\mathbb{R}^2$ (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(1, 2, 0, 0)$.
7. Ukažte, že soustava $x = u \cos \frac{v}{u}$, $y = u \sin \frac{v}{u}$ určuje v jistém okolí bodu $(1, 0, 1, 0)$ implicitně zadané zobrazení z $\mathbb{R}^2$ do $\mathbb{R}^2$ (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(1, 0, 1, 0)$.
8. Ukažte, že soustava $x = e^u + u \sin v$, $y = e^u - u \cos v$ určuje v jistém okolí bodu $(e + 1, e, 1, \frac{\pi}{2})$ implicitně zadané zobrazení z $\mathbb{R}^2$ do $\mathbb{R}^2$ (proměnných x a y). Spočtěte Jacobiho matici tohoto zobrazení v bodě $(e + 1, e, 1, \frac{\pi}{2})$.
9. Vyšetřete lokální i globální extrémy funkce $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z$, $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$.
10. Vyšetřete globální extrémy funkce $f(x, y) = x + y$, $(x, y) \in \{(x, y) : x, y \geq 0, x + y \leq 1\}$.
11. Vyšetřete lokální i globální extrémy funkce $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2+y^2)}$, $(x, y) \in \mathbb{R}^2$.