Sada příkladů na 10. týden

1. Přímým výpočtem ověřte, zda platí $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$ pro $f(x,y) = x^2y - e^{y^3x}$.

2. Přímým výpočtem ověřte, zda platí $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,0) = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}(0,0)$ pro $f(x,y) = xy\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$.

3. Spočítejte Jakobiho matici zobrazení $F, G : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ daných předpisy $F(x,y) = (xy, x-y)$, $G(u,v) = (e^{uv}, u^2 - v^2)$. Spočítejte Jakobiho matici zobrazení $G \circ F$ (jak přímo, tak za pomoci věty o derivaci složeného zobrazení).

4. Ukažte, že rovnice $x^2 + 2xy^2 + y^4 - y^5 = 0$ určuje v jistém okolí bodu $(0,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 0.

5. Ukažte, že rovnice $2x^4y + x^3 + y^3 + xy = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(1,0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě 1.

6. Ukažte, že rovnice $\sin(xy) + \cos(xy) = 1$ určuje v jistém okolí bodu $(\pi, 0)$ implicitně zadanou funkci (proměnné x). Spočtěte první a druhou derivaci této funkce v bodě π.

7. Ukažte, že rovnice $x^2 + y^2 + z^2 = 3xyz$ určuje v jistém okolí bodu $(1,1,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(1,1)$.

8. Ukažte, že rovnice $\frac{x}{z} = \log\frac{z}{y}$ určuje v jistém okolí bodu $(0,1,1)$ implicitně zadanou funkci (proměnných x a y). Spočtěte parciální derivace této funkce podle x a y v bodě $(0,1)$.