Kalkulus 2, LS 2017-2018
Zadání písemné části zkoušky - Varianta A

Příklad 1. Spočtěte integrál

$$\int_{e^4}^{e^5} \frac{24\log^2 x + 36\log x + 4}{x(4\log^2 x + 12\log x + 10)(\log x - 3)}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 2. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_0^5 \frac{\log(x^2 - 10x + 26)}{xe^{1/x}(5-x)^{5/2}}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 3. Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y' + (\cos x)y = \sin(2x)$$

s počáteční podmínkou $y(0) = 8$. (10 bodů)

Příklad 4. Ukažte, že rovnice

$$\exp(xy + 2y) + 2\exp(y + 2) = 3$$

určuje v jistém okolí bodu $[-2, -2]$ implicitně zadanou funkci $y = f(x)$. Spočtěte $f'(-2)$ a $f''(-2)$. (10 bodů)

Kalkulus 2, LS 2017-2018
Zadání písemné části zkoušky - Varianta B

Příklad 5. Spočtěte integrál

$$\int_{-5/4}^{0} \frac{1}{(x+2)\sqrt{x^2+2x+4}}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 6. Vyšetřete konvergenci (absolutní i neabsolutní) Newtonova integrálu

$$\int_{0}^{\operatorname{tg} 1} \frac{\cos\left(\frac{1}{\operatorname{arctg} x}\right)}{(1+x^2)\operatorname{arctg} x}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 7. Najděte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 6y' + 9y = 12xe^{3x} + e^{3x} - 50\sin x. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 8. Je dána funkce

$$f(x,y) = x^2 + 3xy - 5y^2$$

na množině $A = \{(x,y) : \ 0 \le x \le y \le 1\}$. Vypočtěte lokální extrémy f uvnitř množiny A a globální extrémy f na A. (10 bodů)

Kalkulus 2, LS 2017-2018
Zadání písemné části zkoušky - Varianta C

Příklad 9. Najděte primitivní funkci na intervalu $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

$$\int \frac{\sin x + 3\cos x}{\sin^2 x \cos x + 4 \sin x \cos^2 x + 9\cos^3 x}\,dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 10. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_1^\infty \frac{\left(1-\cos\frac{1}{x}\right)^{3/4}}{\sqrt{\sin\frac{1}{x}}} \operatorname{arctg}\left(3 + \frac{\log x}{x}\right) dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 11. Najděte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y' = \frac{y^2-1}{2y}x^2. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 12. Je dána funkce

$$f(x,y) = x^2 + 6xy + 3y^2 + 16\log x$$

na množině $A = \{(x,y):\ 1 \le x < e, -2 < y \le 0\}$. Vypočtěte lokální extrémy f uvnitř množiny A a globální extrémy f na A. Můžete využít toho, že $\min_{(x,y)\in B} f(x,y) > -2$, kde $B = \{(x,y):\ x = e, y \in [-2,0]\} \cup \{(x,y):\ x \in [1,e], y = -2\}$. (10 bodů)

Kalkulus 2, LS 2017-2018
Zadání písemné části zkoušky - Varianta D

Příklad 13. Najděte primitivní funkci (včetně intervalů existence)

$$\int \frac{5\sin x\cos x - 4\cos x}{1-\cos^2 x - 2\sin x}\,dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 14. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu

$$\int_0^1 \frac{e^{2x^2}-e^{x^2}}{x^3\sqrt{\sin x}}\log(2+\operatorname{arctg} x)\,dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 15. Najděte všechna maximální řešení diferenciální rovnice

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}\log x. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 16. Je dána funkce

$$f(x,y) = 3x^2 - xy + 3y^2$$

na množině $A = \{(x,y) :\ y^3 + 6y^2x + 12yx^2 + 8x^3 = 0, x \in [-3,3], y \in [-3,3]\}$. Určete hodnotu globálních extrémů f na A, pokud víte že na množině $A \cap \{(x,y) :\ |x| = 3 \text{ nebo } |y| = 3\}$ je maximum i minimum funkce f rovno 38.25. (10 bodů)

Kalkulus 2, LS 2017-2018
Zadání písemné části zkoušky - Varianta E

Příklad 17. Najděte primitivní funkci na intervalu $(4, +\infty)$
$$\int \frac{5\sqrt{x-3}}{(x+1)(\sqrt{x-3}-1)}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 18. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu
$$\int_0^\infty \frac{\log x}{\sqrt{e^x-1}}\, dx. \qquad \text{(10 bodů)}$$

Příklad 19. Nalezněte maximální řešení rovnice
$$y'' - 4y' + 4y = \frac{e^{2x}}{x^2}$$
s počáteční podmínkou $y(1) = 0$, $y'(1) = 0$. (10 bodů)

Příklad 20. Ukažte, že rovnice
$$\sin(xy + 3y) + \exp(y + 4) = e^4$$
určuje v jistém okolí bodu $[3 - e^4, 0]$ implicitně zadanou funkci $y = f(x)$. Spočtěte $f'(3 - e^4)$ a $f''(3 - e^4)$. (10 bodů)