Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 26.5.

Příklad 1 (13 bodů). Spočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin(\exp(2x)-1)+2\log(2\cos(x)-1)-2x}{x^4}.$$

Příklad 2 (14 bodů). Vyjádřete primitivní funkci k

$$f(x)=\frac{1}{\cos x+7}$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 3 (11 bodů). Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_3^\infty \frac{\operatorname{arctg}(x+7)}{3^x+2}(x^3+4x+2)\,\mathrm{d}x.$$

Příklad 4 (12 bodů). Nalezněte obecné řešení rovnice

$$y''-\frac{2x+2}{x^2+2x+2}y'+\frac{2}{x^2+2x+2}y=x^2+2x+2.$$

(Hint: nejprve dokažte, že $\{x^2+5x+3, x+1\}$ tvoří fundamentální systém řešení homogenní rovnice).

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 8.6.

Příklad 5 (13 bodů)**.** Vyjádřete primitivní funkci k

$$f(x) = \frac{3e^{3x} + 5e^{2x} + 11e^{x}}{(e^{x} - 2)(e^{2x} + e^{x} + 3)}$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 6 (13 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_{\operatorname{tg} 1}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg} x - 1}{(x - \operatorname{tg} 1)^{5/4}} \, \mathrm{d}x$$

Příklad 7 (16 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y' = \frac{y^2 - y - 2}{9x^2 + 6x + 2}, \quad y(-\tfrac{1}{3}) = \tfrac{3}{2}.$$

Příklad 8 (8 bodů)**.** Určete a nakreslete definiční obor funkce

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + \sqrt[3]{y}}$$

a vyšetřete její parciální derivace.

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 22.6.

Příklad 9 (12 bodů)**.** Spočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos(\log(1+\sin x))+\sin(\log(1+x))-x}{x^3}$$

Příklad 10 (13 bodů)**.** Spočtěte integrál

$$\int_3^4 \frac{1}{(x-2)\sqrt{-x^2+9x-14}}\,\mathrm{d}x$$

Příklad 11 (10 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_{10}^{\infty} \frac{e^{2/x}-1}{\sin(3/x)} \log(3+\tfrac{1}{x})\,\mathrm{d}x$$

Příklad 12 (15 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y''-4y'+5y = 3\cos 2x + 24\sin 2x + 5x^2 + 7x - 5, \quad y(0)=5, y'(0)=4.$$

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 8.7.

Příklad 13 (12 bodů)**.** Vyjádřete primitivní funkci k

$$\int \frac{1}{\sin^2 x + 9\cos^2 x}\,\mathrm{d}x$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 14 (12 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_3^\infty \frac{\log(x^2-5x+7)}{x^2-2x-3}\,\mathrm{d}x$$

Příklad 15 (14 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y' + \frac{2x+1}{x^2+x-6}y = e^x, \quad y(0) = 0.$$

Příklad 16 (12 bodů)**.** Určete a nakreslete definiční obor funkce

$$f(x,y) = \arcsin\left(\frac{1}{|x|+|y|}\right)$$

a vyšetřete její parciální derivace.

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 27. 7.

Příklad 17 (12 bodů)**.** Spočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{\frac{2+x^2}{e^x} - \log(1-2x+3x^2) - 2}{1-\cos x}$$

Příklad 18 (12 bodů)**.** Vyjádřete primitivní funkci k

$$f(x) = \frac{13\sin x + 46}{(\operatorname{tg} x - \frac{4}{\cos x})(\sin x + 3)^2}$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 19 (12 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_1^\infty \left(\sin\left(\frac{\pi(x+3)}{4(x+2)}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \mathrm{d}x$$

Příklad 20 (14 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y'' - \frac{2x}{x^2-1} y' + \frac{2}{x^2-1} y = x^2 - 1, \quad y(0) = 2, y'(0) = 3.$$

(Hint: nejprve dokažte, že $\{x^2+1, x\}$ tvoří fundamentální systém řešení homogenní rovnice).

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 7. 9.

Příklad 21 (12 bodů)**.** Spočtěte integrál
$$\int_1^\infty \frac{1}{x\sqrt{x^2+4}}\,\mathrm{d}x.$$

Příklad 22 (13 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu
$$\int_5^7 \frac{\operatorname{arctg}(x^2+1)}{1-\cos(5-x)}(x^2-9x+20)\,\mathrm{d}x$$

Příklad 23 (15 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice
$$y''-y'-6y=e^x(-12x-4)-6x^2-2x-4, \quad y(0)=4, y'(0)=4.$$

Příklad 24 (10 bodů)**.** Určete a nakreslete definiční obor funkce
$$f(x,y)=(\sqrt{x}+1)\log(y^2+x-4)$$
a vyšetřete její parciální derivace.

Kalkulus 1, LS 2019-2020
Zadání písemné části zkoušky - termín 14. 9.

Příklad 25 (11 bodů)**.** Spočtěte

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^{\sin x} + 2\cos(x) - 3}{e^{(x^3)} - 1}$$

Příklad 26 (13 bodů)**.** Vyjádřete primitivní funkci k

$$\int \frac{2\log x + 5}{x(\log^2 x + \log x + 3)}\, \mathrm{d}x$$

na maximálních intervalech existence.

Příklad 27 (12 bodů)**.** Vyšetřete konvergenci následujícího integrálu

$$\int_0^9 \frac{x^8 - 7x + 6}{\sqrt{9-x}} \log(9-x)\, \mathrm{d}x$$

Příklad 28 (14 bodů)**.** Nalezněte maximální řešení rovnice

$$y' + \mathrm{cotg}(x+1)y = x^2 + 3x + 2, \quad y(0) = 4.$$