

AC A BV FUNKCE

1. Buď $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ monotonní. Spočtete variaci f na $[a, b]$.
2. Spočtete variaci funkce \sin na intervalu $[0, \pi]$.
3. Spočtete variaci funkce $f(x) = \begin{cases} \sin(1/x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ na intervalu $[0, \pi]$.
4. Nalezňte neklesající funkci $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ takovou, že $\int_a^b f' < f(b) - f(a)$.

Dokažte následující tvrzení.

5. $f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{x} \sin(1/x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ nemá konečnou variaci na $[0, \pi]$.
6. BV funkce má jednostranné limity ve všech bodech.
7. BV funkce má nejvýše spočetně mnoho bodů nespojitosti.
8. Funkce $f(x) = \sqrt{x}$ je absolutně spojitá na $[0, 1]$.
9. f Lipschitzovská $\implies f$ absolutně spojitá $\implies f$ stejnoměrně spojitá, přičemž opačné implikace neplatí.
10. Cantorova funkce je spojitá a monotonní na $[0, 1]$, avšak není absolutně spojitá na $[0, 1]$.
11. Nechť $f \in AC([a, b])$ a f' je omezená. Pak f je Lipschitzovská.
12. Spočtete $\int_{-1}^1 |x|e^x dx$ s využitím věty o integraci per partes pro absolutně spojitě funkce.