

## SOUSTAVY LINEÁRNÍCH DIFERENCIÁLNÍCH ROVNIC

Nalezněte všechna maximální řešení soustav.

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{1.} & \begin{array}{l} y' = 4y + z \\ z' = 5z \end{array} & \mathbf{2.} \quad \begin{array}{l} y' = 2y + z \\ z' = y + 2z \end{array} & \mathbf{3.} \quad y' = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} y
 \end{array}$$

Řešte soustavu  $y' = \mathbb{A}y$ .

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{4.} & \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix} & \mathbf{6.} & \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix} \\
 \mathbf{5.} & \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} & \mathbf{7.} & \mathbb{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Nalezněte všechna maximální řešení soustav.

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{8.} & \begin{array}{l} x' = -x + y - 2e^{-t} \\ y' = -6x + 4y - 4e^{-t} \end{array} & \mathbf{10.} & \begin{array}{l} x' = y + te^{2t} \\ y' = -4x + 4y - e^{2t} \\ z' = -2x + y + 2z + 3e^{2t} \end{array} \\
 \mathbf{9.} & \begin{array}{l} x' = x + y + e^t \sin t \\ y' = -x + y \end{array} & \mathbf{11.} & \begin{array}{l} x' = x + y + z + t \\ y' = -x + y + 2t \\ z' = x + z + 3t \end{array}
 \end{array}$$

**12.** Nalezněte maximální řešení soustavy splňující počáteční podmínku  $y(0) = (1, 1, 1)$

$$y' = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} y$$

## VÝSLEDKY

Všechna řešení jsou definována pro  $t \in \mathbb{R}$  a každou volbu  $a, b, c \in \mathbb{R}$ .

1.  $y(t) = ae^{5t} + be^{4t}$   
 $z(t) = ae^{5t}$
2.  $y(t) = -ae^t + be^{3t}$   
 $z(t) = ae^t + be^{3t}$
3.  $y(t) = \begin{pmatrix} e^{2x} + be^t \\ 3ae^{2x} + 2be^x \end{pmatrix}$
4.  $y(t) = \begin{pmatrix} e^{2t}(bt + c) \\ e^{2t}(2bt + b + 2c) \\ e^{2t}(bt + a + c) \end{pmatrix}$
5.  $y(t) = \begin{pmatrix} (a + 3b)e^t \sin t + (3a - b)e^t \cos t \\ (2a + b)e^t \sin t + (a - 2b)e^t \cos t + ce^{4t} \\ (2b - a)e^t \sin t + (2a + b)e^t \cos t + ce^{4t} \end{pmatrix}$
6.  $y(t) = \begin{pmatrix} e^{-t}(-25a + 6c + 6bt) \\ e^{-t}(15a + 2bt + b + 2c) \\ e^{-t}(a + 2bt + 2c) \end{pmatrix}$
7.  $y(t) = \begin{pmatrix} -2ae^{3t} \\ e^{3t}(at^2 + bt + c) \\ e^{3t}(-at^2 - (2a + b)t - 4a - b - c) \end{pmatrix}$
8.  $x(t) = ae^t + be^{2t} + e^{-t}$   
 $y(t) = 2ae^t + 3be^{2t} + 2e^{-t}$
9.  $x(t) = ae^t \cos t + be^t \sin t - \frac{1}{2}e^t \cos t + \frac{1}{2}e^t t \sin t$   
 $y(t) = -ae^t \sin t + be^t \cos t + \frac{1}{2}e^t t \cos t$
10.  $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 e^{2t} + (-\frac{1}{2}b + \frac{1}{2}c) e^{2t} + bte^{2t}$   
 $y(t) = (-\frac{2}{3}t^2 - t - 1) te^{2t} + ce^{2t} + 2bte^{2t}$   
 $z(t) = (-\frac{1}{3}t^2 - \frac{1}{2} + 3) te^{2t} + ae^{2t} + bte^{2t}$
11.  $x(t) = be^t + 2cte^t + 4t + 9$   
 $y(t) = (-a + 2c)e^t - bte^t - ct^2 e^t + 2t + 11$   
 $z(t) = ae^t + bte^t + ct^2 e^t - 7t - 16$
12.  $y(t) = (-te^t + e^t, -te^t + e^t, e^t)$