

15. SČÍTÁNÍ ŘAD

Sečtěte mocninné řady pro každé x z intervalu konvergence.

$$1. \sum_{k=1}^{\infty} kx^k$$

$$5. \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k k^2 x^k$$

$$2. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k}$$

$$6. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{(2k)!}$$

$$3. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

$$7. \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{4k}}{(4k)!}$$

$$4. \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2k+1}$$

$$8. \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k(k+1)}$$

Sečtěte řady (pomocí vhodně zvolené mocninné řady).

$$9. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^{n-1}}$$

$$12. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(2n+3)}{2^n(n+1)}$$

$$10. \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+3}$$

$$13. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{4n^2-1}$$

$$11. \sum_{n=0}^{\infty} (n^2+2n) \frac{1}{3^n}$$

Sečtěte mocninnou řadu pro každé x z intervalu konvergence.

$$14. \sum_{n=1}^{\infty} (n-1)(n+3)x^{2n}$$

$$15. \text{ Sečtěte řadu } \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{n!2^n}.$$

VÝSLEDKY

1. $\frac{x}{(x-1)^2}$, $x \in (-1, 1)$
2. $-\log(1-x)$, $x \in [-1, 1)$
3. $\log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} = \operatorname{arctgh} x$, $x \in (-1, 1)$
4. $\operatorname{arctg} x$, $x \in [-1, 1]$
5. $\frac{x(x-1)}{(x+1)^3}$, $x \in (-1, 1)$
6. $\frac{e^x + e^{-x}}{2} = \cosh x$, $x \in \mathbb{R}$
7. $\frac{\cos x + \cosh x}{2}$ pro $|x| < 1$
8.
$$\begin{cases} 1 - \log(1-x) + \frac{\log(1-x)}{x}, & x \in [-1, 1) \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$
9. 4
10. $1 - \frac{\pi}{4}$
11. 3
12. $\log \frac{9}{4} - \frac{5}{3}$
13. $\frac{\pi - 2}{4}$
14. $\frac{x^4(3x^2 - 5)}{(x^2 - 1)^3}$, $x \in (-1, 1)$
15. $-\frac{1}{4\sqrt{e}}$