

14. MOCNINNÉ ŘADY

Určete poloměr konvergence mocninné řady. Konverguje řada v krajních bodech intervalu konvergence?

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^3}$

7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a\sqrt{n}} x^n, a > 0$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2 x^n}{(2n)!}$

8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3 + (-1)^n)^n}{n} x^n$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{n!}}{n!}$

9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{a^n + b^n}, a, b > 0$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p} x^n, p \in \mathbb{R}$

10. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(na^n + \frac{b^n}{n^2} \right) x^n, 0 < a < b$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + (-2)^n}{n} (x+1)^n$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n} \right)^{n^2} x^n$

11. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} x^{n^2}$

12. Rozviňte funkci $\frac{1}{2-x}$ do mocninné řady se středem (a) 0, (b) 1.

Rozviňte následující funkce do mocninné řady se středem 0. Pro která $x \in \mathbb{R}$ je součet řady roven původní funkci?

13. e^{-x^2}

17. $\sin^2 x$

14. $\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

18. $\operatorname{arctg} x$

15. $\frac{x}{\sqrt{1-2x}}$

19. $\frac{x}{1+x-2x^2}$

16. $\log \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

20. $\log(1+x+x^2+x^3)$

VÝSLEDKY

- | | |
|---|--|
| <p>1. 1</p> <p>2. 4</p> <p>3. 1</p> <p>4. 1</p> <p>5. $\frac{1}{3}$</p> <p>6. $\frac{1}{e}$</p> | <p>7. 1</p> <p>8. $\frac{1}{4}$</p> <p>9. $\max\{a, b\}$</p> <p>10. $\frac{1}{b}$</p> <p>11. 1</p> |
|---|--|
- 12.** (a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{2^{n+1}}, x \in (-2, 2)$ (b) $\sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n, x \in (0, 2)$
- 13.** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}, x \in \mathbb{R}$
- 14.** $-1 - \sum_{n=1}^{\infty} 2x^{2n}, x \in (-1, 1)$
- 15.** $\sum_{n=0}^{\infty} \binom{-1/2}{n} (-2)^n x^{n+1}, x \in (-1/2, 1/2)$
- 16.** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2k}}{2k}$
- 17.** $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2^{2n-1}}{(2n)!} x^{2n}, x \in \mathbb{R}$
- 18.** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} x^{2n+1}, x \in [-1, 1]$
- 19.** $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{3} (1 - (-2)^n) x^n, x \in (-1/2, 1/2)$
- 20.** $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n} (x^n + x^{2n}), x \in (-1, 1]$