

## 18. KONVERGENCE NEWTONOVA INTEGRÁLU

1. Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu v závislosti na  $\alpha \in \mathbb{R}$ :

$$(a) \int_1^{\infty} x^{\alpha} dx \qquad (b) \int_0^1 x^{\alpha} dx \qquad (c) \int_0^{\infty} x^{\alpha} dx$$

Vyšetřete konvergenci Newtonova integrálu, kde  $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ .

$$2. \int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{1-x^4}} dx \qquad 10. \int_1^e \frac{(\log x)^{\alpha}}{x} dx$$

$$3. \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt[3]{(1-x^2)^5}} dx \qquad 11. \int_0^{\infty} x^{-3/4} e^{\sqrt{x}} dx$$

$$4. \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos x}{x^{5/2}} dx \qquad 12. \int_0^{\pi/2} (\operatorname{tg} x)^{\alpha} dx$$

$$5. \int_0^1 \frac{1}{e^{\sqrt{x}} - 1} dx \qquad 13. \int_0^{\infty} x^{\alpha} \arctg^{\beta} x dx$$

$$6. \int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} dx \qquad 14. \int_0^{\infty} \frac{1}{x^{\alpha} + x^{\beta}} dx$$

$$7. \int_0^{\pi/2} \sin\left(\frac{1}{\sin x}\right) dx \qquad 15. \int_0^{\pi/2} \frac{\log \sin x}{\sqrt{x}} dx$$

$$8. \int_0^1 \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{x^3}} dx \qquad 16. \int_0^1 \frac{\arccos x}{\log^{\alpha} \frac{1}{x}} dx$$

$$9. \int_0^{1/e} \frac{|\log x|^{\alpha}}{x} dx \qquad 17. \int_0^{\infty} (\pi - 2 \arctg x)^{\alpha} dx$$

Vyšetřete konvergenci a absolutní konvergenci Newtonova integrálu, kde  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

$$18. \int_0^{\infty} \frac{\cos x}{\sqrt{x}} dx \qquad 22. \int_0^{\infty} \frac{\sin \frac{1}{x} \arctg x}{x} dx$$

$$19. \int_0^{\infty} \frac{\sin x}{x^{\alpha}} dx \qquad 23. \int_0^{\infty} \sin(x^2) dx$$

$$20. \int_0^{\infty} \frac{\sqrt{x} \cos(3x+1)}{x+8} dx \qquad 24. \int_0^{\infty} \frac{x \sin x}{1+x} dx$$

$$21. \int_0^{\infty} \frac{\sin^3 x}{x^{\alpha}} dx \qquad 25. \int_0^{\infty} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^{\alpha}} dx$$

## VÝSLEDKY

„K“ znamená, že integrál konverguje.

„D“ znamená, že integrál diverguje.

„AK“ znamená, že integrál absolutně konverguje.

„NAK“ znamená, že integrál konverguje, ale nekonverguje absolutně.

1. (a)  $K \iff \alpha < -1$   
(b)  $K \iff \alpha > -1$   
(c) D pro všechna  $\alpha \in \mathbb{R}$
2. K
3. D
4. K
5. K
6. K
7. K
8. K
9.  $K \iff \alpha < -1$
10.  $K \iff \alpha > -1$
11. K
12.  $K \iff \alpha \in (-1, 1)$
13.  $K \iff \alpha < -1 < \alpha + \beta$
14.  $K \iff \min\{a, b\} < 1 < \max\{a, b\}$
15. K
16.  $K \iff \alpha < \frac{3}{2}$
17.  $K \iff \alpha > 1$
18. NAK
19.  $K \iff \alpha \in (0, 2)$
20. NAK
21.  $K \iff \alpha \in (0, 4), AK \iff \alpha \in (1, 4)$
22. K
23. K
24. D
25.  $K \iff \alpha \in (0, 5), AK \iff \alpha \in (1, 5)$