

## 15. PRIMITIVNÍ FUNKCE (2/2)

Nalezněte následující primitivní funkce na maximálních intervalech, kde existují.

- |                                                                             |                                                                             |
|-----------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|
| <p>1. <math>\int \frac{x^3 - 4x - 6}{x^3 - 5x^2 + 6x} dx</math></p>         | <p>11. <math>\int \frac{1}{x(\log^2 x - 1)} dx</math></p>                   |
| <p>2. <math>\int \frac{5x^3 + 3x^2 - x - 1}{x^2 + 2x + 1} dx</math></p>     | <p>12. <math>\int \frac{\sin^2 x}{1 + \sin^2 x} dx</math></p>               |
| <p>3. <math>\int \frac{1}{x^4 - 1} dx</math></p>                            | <p>13. <math>\int \frac{1}{2 \sin x - \cos x + 5} dx</math></p>             |
| <p>4. <math>\int \frac{1}{x^4 + 1} dx</math></p>                            | <p>14. <math>\int \frac{1}{\sin x + \operatorname{tg} x} dx</math></p>      |
| <p>5. <math>\int \frac{x^2 + x}{x^6 + 3x^4 + 3x^2 + 1} dx</math></p>        | <p>15. <math>\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx</math></p>                      |
| <p>6. <math>\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx</math></p>                       | <p>16. <math>\int \frac{1}{x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx</math></p>          |
| <p>7. <math>\int \frac{1}{e^{2x} + e^x - 2} dx</math></p>                   | <p>17. <math>\int \sqrt{\frac{1 - e^{2x}}{e^{2x} + 2e^x + 1}} dx</math></p> |
| <p>8. <math>\int \frac{1}{1 + e^{x/2} + e^{x/3} + e^{x/6}} dx</math></p>    | <p>18. <math>\int \frac{1}{1 + \sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx</math></p>           |
| <p>9. <math>\int \frac{1}{\cos x \sin^2 x} dx</math></p>                    | <p>19. <math>\int \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2 - 3x + 2}} dx</math></p>          |
| <p>10. <math>\int \frac{\sin^3 x + \sin x}{\cos^3 x + \cos x} dx</math></p> |                                                                             |

### VÝSLEDKY

Výsledky jsou uvedeny „až na konstantu“, tzn.  $f(x)$  znamená, že primitivní funkce jsou právě všechny funkce tvaru  $f(x) + C$ , kde  $C \in \mathbb{R}$ .

1.  $x - \log|x| + 3 \log|x - 3| + 3 \log|x - 2|$  na  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, 2)$ ,  $(2, 3)$ ,  $(3, \infty)$
2.  $5 \frac{x^2}{2} - 7x + 8 \log|x + 1| + 2 \frac{1}{x + 1}$  na  $(-\infty, -1)$ ,  $(-1, \infty)$
3.  $\frac{1}{4} \log|x - 1| - \frac{1}{4}|x + 1| - \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x$  na  $(-\infty, -1)$ ,  $(-1, 1)$ ,  $(1, \infty)$

4.  $\frac{\sqrt{2}}{8} \log(x^2 + \sqrt{2}x + 1) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{arctg}(\sqrt{2}x + 1) - \frac{\sqrt{2}}{8} \log(x^2 - \sqrt{2}x + 1) + \frac{1}{2\sqrt{2}} \operatorname{arctg}(\sqrt{2}x - 1)$  na  $\mathbb{R}$
5.  $I_2 - I_3 - \frac{1}{4(1+x^2)^2}$ , kde  $I_n = \int \frac{1}{(1+x^2)^n} dx$
6.  $\operatorname{arctg} e^x$ ,  $x \in \mathbb{R}$
7.  $-\frac{x}{2} + \frac{1}{3} \log|e^x - 1| + \frac{1}{6} \log(e^x + 2)$  na  $(-\infty, 0)$ ,  $(0, \infty)$
8.  $x - 3 \log(e^{x/6} + 1) - 3 \log(\sqrt{e^{x/3} + 1}) - 3 \operatorname{arctg}(e^{x/6})$  na  $\mathbb{R}$
9.  $-\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{2} \log|1 - \sin x| + \frac{1}{2} \log|1 + \sin x|$  na  $(k\frac{\pi}{2}, (k+1)\frac{\pi}{2})$ ,  $k \in \mathbb{Z}$
10.  $\frac{3}{2} \log(\cos^2 x + 1) - \log(\cos^2 x)$  na  $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ ,  $k \in \mathbb{Z}$
11.  $\frac{1}{2} \log|\log x - 1| - \frac{1}{2} \log|\log x + 1|$  na  $(0, \frac{1}{e})$ ,  $(\frac{1}{e}, e)$ ,  $(e, \infty)$
12. 
$$\begin{cases} \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x) - \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg}(\sqrt{2} \operatorname{tg} x) + k\pi(1 - 1/\sqrt{2}) & x \in (-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi), \\ \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2\sqrt{2}} + k\pi(1 - 1/\sqrt{2}) & x = \frac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$
13. 
$$F(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{5}}{5} \operatorname{arctg}\left(\frac{3 \operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\sqrt{5}}\right) + k\pi \frac{\sqrt{5}}{5} & \text{pro } x \in (-\pi + 2k\pi, \pi + 2k\pi), \\ \frac{\pi}{2} \frac{\sqrt{5}}{5} + k\pi \frac{\sqrt{5}}{5} & \text{pro } x = \pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{cases}$$
14.  $\frac{1}{4} \log \left| \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x} \right| - \frac{1}{2(\cos x + 1)}$  na  $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ ,  $k \in \mathbb{Z}$
15.  $2\sqrt{x} - 2 \log(1 + \sqrt{x})$  na  $(0, \infty)$
16.  $-2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} - \log \left| 1 - \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right| + \log \left| 1 + \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \right|$  na  $(-1, 0)$ ,  $(0, 1)$
17.  $-2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}} - \log \left| 1 - \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}} \right| + \log \left| 1 + \sqrt{\frac{1-e^x}{1+e^x}} \right|$  na  $(-\infty, 0)$
18.  $\frac{2}{x - \sqrt{x^2 + 2x + 2}} - \log(\sqrt{x^2 + 2x + 2} - x - 1)$  na  $\mathbb{R}$
19.  $2 \operatorname{sgn}(x - 1) \sqrt{\frac{x - 2}{x + 1}}$  na  $(-\infty, 1)$ ,  $(2, \infty)$