

12. TAYLORŮV POLYNOM

Nalezněte Taylorův polynom řádu n funkce f v bodě 0.

- | | |
|---|---|
| <p>1. $f(x) = e^x, n \in \mathbb{N}$</p> <p>2. $f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}, n = 4$</p> <p>3. $f(x) = \sin x, n = 6$</p> <p>4. $f(x) = \sin(2x^2), n = 6$</p> | <p>5. $f(x) = \operatorname{tg}(x), n = 4$</p> <p>6. $f(x) = \cos(\sin x), n = 5$</p> <p>7. $f(x) = \sin(\sin x), n = 6$</p> <p>8. $f(x) = \sin(1 - \cos x), n = 3$</p> |
|---|---|

Spočtěte limity s využitím Taylorova polynomu.

- | | |
|--|--|
| <p>9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$</p> <p>10. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x^3}$</p> <p>11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}{x^4}$</p> <p>12. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^3}$</p> <p>13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x}$</p> | <p>14. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - \operatorname{cotg} x \right)$</p> <p>15. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2}$, kde $a > 0$</p> <p>16. $\lim_{x \rightarrow \infty} x - x^2 \log \left(1 + \frac{1}{x} \right)$</p> <p>17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5}$</p> <p>18. $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{3}{2}} (\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x})$</p> |
|--|--|

Najděte $n \in \mathbb{N}$ takové, aby limita vyšla konečná a nenulová, limitu spočtěte:

- | | |
|--|---|
| <p>19. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^x - 1}{x^n}$</p> | <p>20. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos(\operatorname{tg} x)}{x^n}$</p> |
|--|---|
21. Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - (a + b \cos x) \sin x}{x^4} = 0$.
22. Najděte $a, b \in \mathbb{R}$, aby $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - a \sin x - b \operatorname{tg} x}{x^5}$ vyšla konečná nenulová.

Vyšetřete konvergenci řad.

- | | |
|--|---|
| <p>23. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{1}{n} - \log \left(1 + \frac{1}{n} \right)$</p> | <p>24. $\sum_{n=1}^{\infty} \cos \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{2n-1}{2n}$</p> |
|--|---|

25. Vyčíslete s přesností 10^{-3} hodnotu (a) $\cos \frac{1}{10}$ (b) $\sqrt{5}$

VÝSLEDKY

1. $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6} + \dots + \frac{x^n}{n!}$
2. $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8}x^4$
3. $x - \frac{1}{6}x^3 + \frac{1}{120}x^5$
4. $2x^2 - \frac{4}{3}x^6$
5. $x + \frac{1}{3}x^3$
6. $1 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{24}x^4$
7. $x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{10}x^5$
8. $\frac{1}{2}x^2$
9. $\frac{1}{2}$
10. $-\frac{1}{6}$
11. $-\frac{1}{12}$
12. $\frac{1}{3}$
13. 0
14. $\frac{1}{3}$
15. $\log^2 a$
16. $\frac{1}{2}$
17. $\frac{1}{3}$
18. $-\frac{1}{4}$
19. $n = 2$, limita je rovna 1
20. $n = 4$, limita je rovna $\frac{1}{3}$
21. $a = \frac{4}{3}$, $b = -\frac{1}{3}$
22. $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$, limita vyjde $-\frac{1}{20}$
23. Konverguje.
24. Konverguje.
25. (a) 0,995 (b) 2,236