

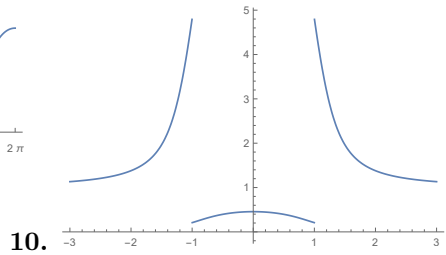
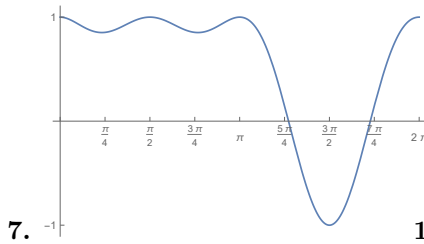
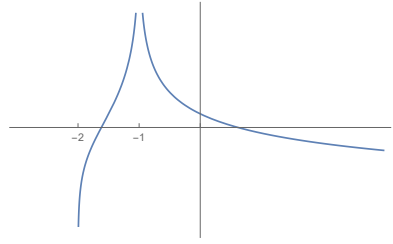
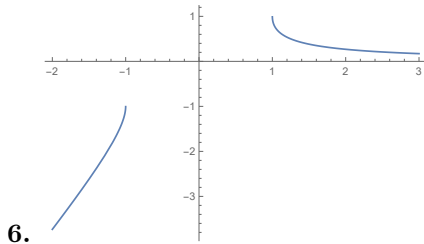
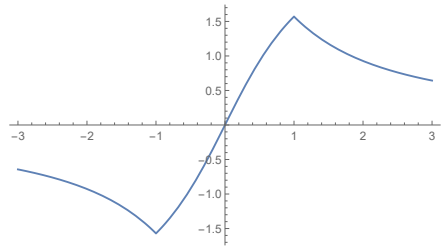
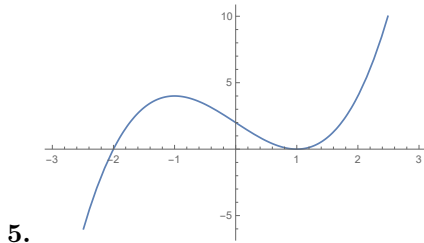
12. PRŮBĚH FUNKCE

1. Ukažte, že $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arctg} \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn} x$ pro všechna $x \neq 0$.
2. Ukažte, že $\operatorname{arctg} x = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ pro všechna $x \in \mathbb{R}$.
3. Dokažte následující nerovnosti. Pro která x nastává rovnost?
 - (a) $1+x \leq e^x$ pro $x \in \mathbb{R}$,
 - (b) $\log x \leq x-1$ pro $x \in (0, \infty)$,
 - (c) $x - \frac{x^3}{6} \leq \sin x \leq x$ pro $x \in [0, \infty)$,
 - (d) $1 - \frac{x^2}{2} \leq \cos x$ pro $x \in \mathbb{R}$.
4. Dokažte, že následující rovnice mají právě jedno řešení v \mathbb{R} .
 - (a) $x^{15} + 9x^7 + x - 1 = 0$
 - (b) $\sin x + x = \pi$
5. Vyšetřete průběh funkce $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

Vyšetřete průběhy následujících funkcí.

6. $f(x) = x - \sqrt{x^2 - 1}$
7. $f(x) = \sin^3 x + \cos^2 x$
8. $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$
9. $f(x) = \log \left(\frac{x+2}{x^2+2x+1} \right)$
10. $f(x) = e^{\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{x^2-1} \right)}$
11. Je dáno $V > 0$. Určete poloměr podstavy a výšku válce, který má objem roven V a povrch nejmenší možný.

VÝSLEDKY



11. Poloměr podstavy = $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$, výška = $\sqrt[3]{\frac{4V}{\pi}}$.