

Předmět: NMTM101 Matematická analýza I

Typ výuky: Cvičení

Vahid Borji
borji@karlin.mff.cuni.cz

Cvičení 7

Limita funkce

Při řešení limity funkcí můžeme díky Hejného větě
využívat již známých vět jako jsou:

Věta o aritmetice limit, věty o policaitech, nulová $\times$ omezená,
růstová škála, apod.

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-2}{6} = \frac{5-2}{6} = \frac{1}{2}$$

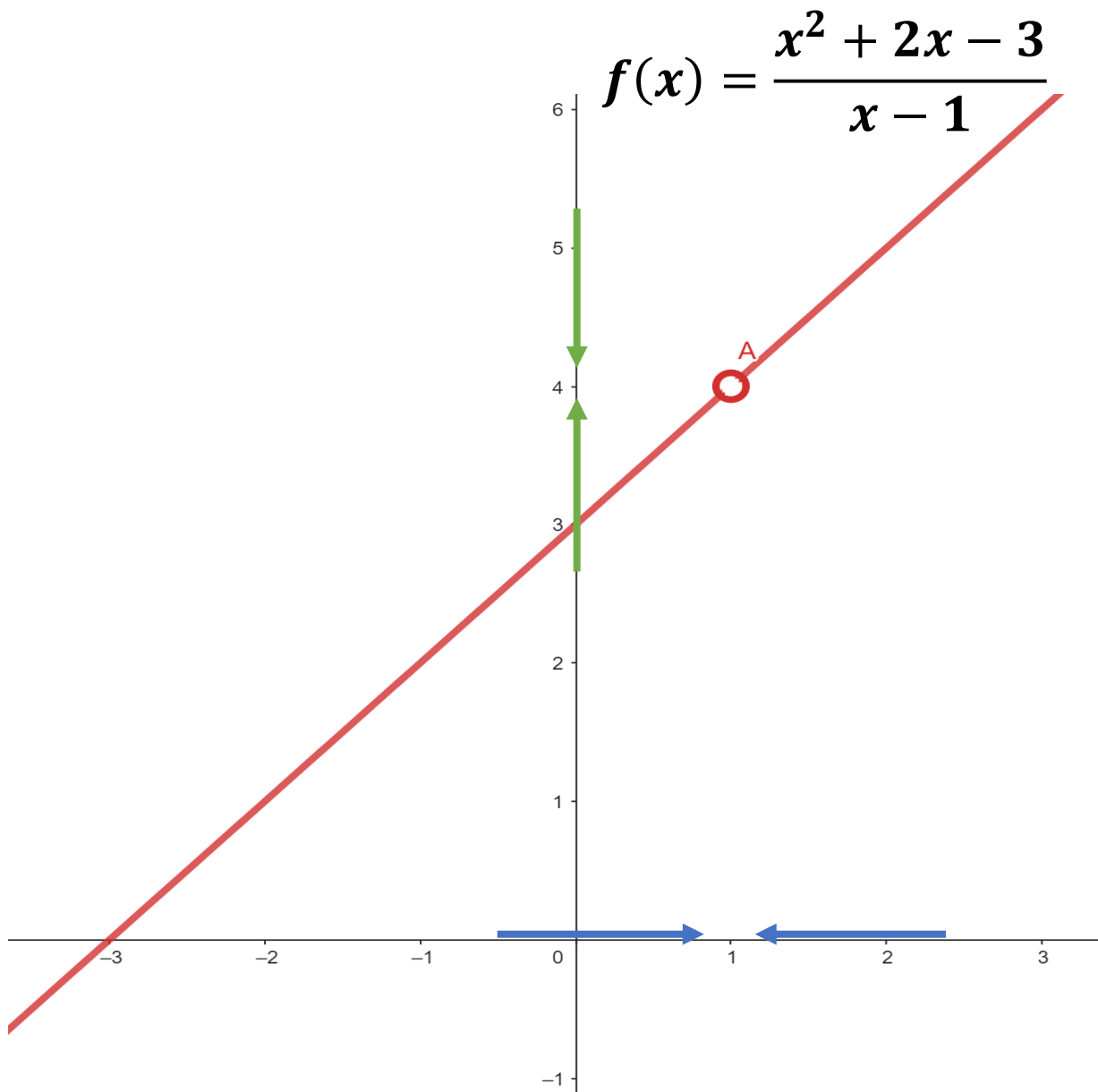
$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos x}{x} = \frac{\cos \pi}{\pi} = \frac{-1}{\pi}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + \log x}{3x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x^2}(4 + \frac{\log x}{x^2})}{3\cancel{x^2}} \overset{\text{green arrow}}{\underset{0}{\longrightarrow}} = \frac{4}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (2^x - 3^x) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x \left(\left(\frac{2}{3} \right)^x - 1 \right) = \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\left(\frac{2}{3} \right)^x - 1 \right) \overset{\text{green arrow}}{\underset{0}{\longrightarrow}} = \infty(0 - 1) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} \quad \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cancel{(x-1)}(x+3)}{\cancel{x-1}} = 4$$



$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(1 + 2^x)}{3x} \quad \frac{\infty}{\infty}$$

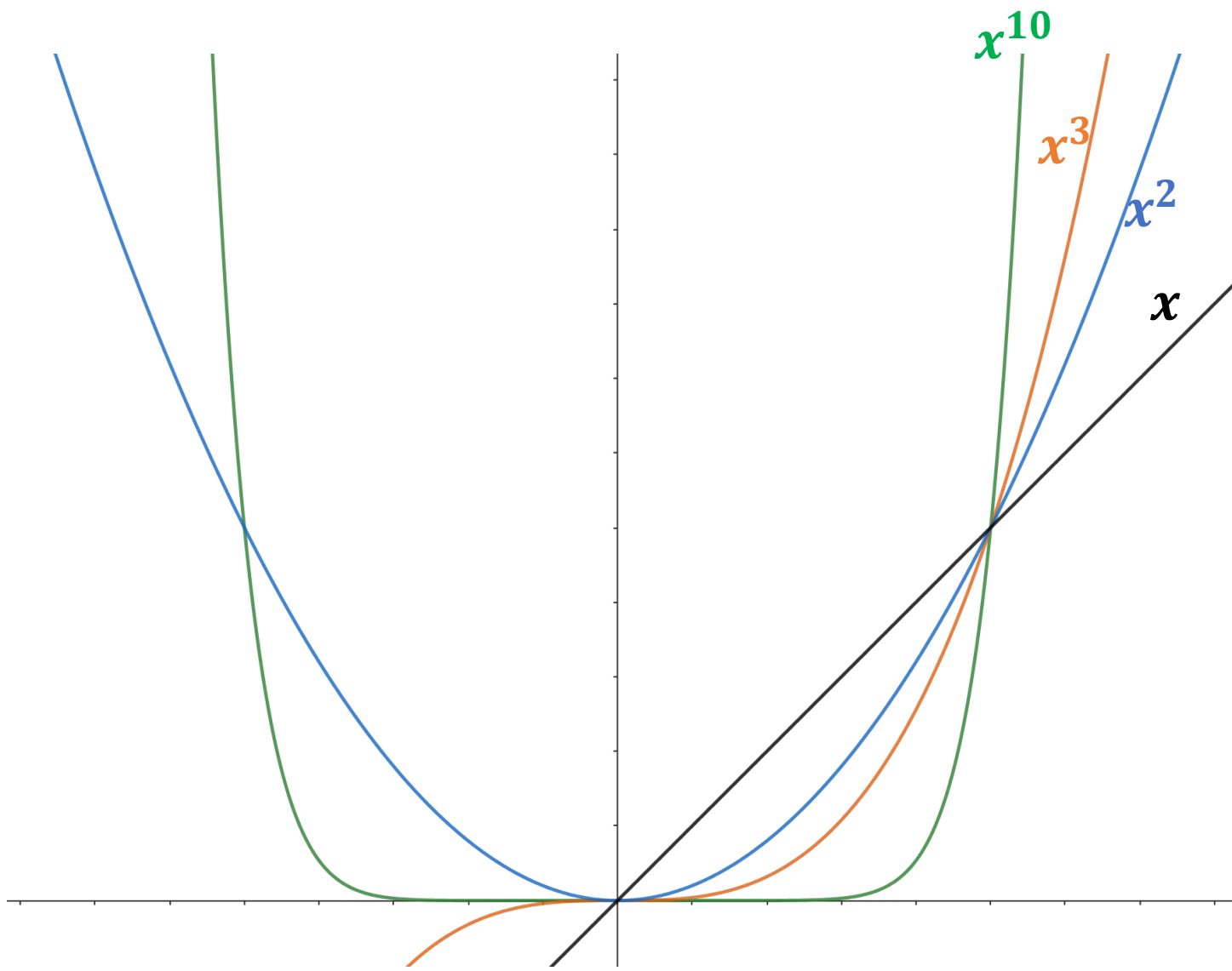
$$\log a \cdot b = \log a + \log b$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(2^x (\frac{1}{2^x} + 1))}{3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log 2^x + \log(\frac{1}{2^x} + 1)}{3x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log 2^x}{3x} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\log(\frac{1}{2^x} + 1)}{3x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cancel{x} \log 2}{\cancel{3x}} + 0 = \frac{\log 2}{3}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{10} - 2x^3 + x^2 + 3x}{2x^{10} + 2x} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^{10} - 2x^3 + x^2 + 3x}{2x^{10} + 2x} = \frac{3}{2}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{(1+x)(1+2x)(1+3x)} - 1}{x} \quad \frac{0}{0}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\overbrace{Ax^3 + Bx^2 + Cx} + \cancel{1}}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(Ax^2 + Bx + C)}{\cancel{x}} = C = 6$$

$C = ?$

$$(1+x)(1+2x)(1+3x) \left\{ \begin{array}{l} x \cdot 1 \cdot 1 = x \\ 1 \cdot 2x \cdot 1 = 2x \\ 1 \cdot 1 \cdot 3x = 3x \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x + 2x + 3x = 6x \\ C = 6 \end{array}$$