



UNIVERZITA KARLOVA

Matematicko-fyzikální fakulta;
Katedra didaktiky matematiky

Rozvíjení konceptuálních znalostí ve školské matematice

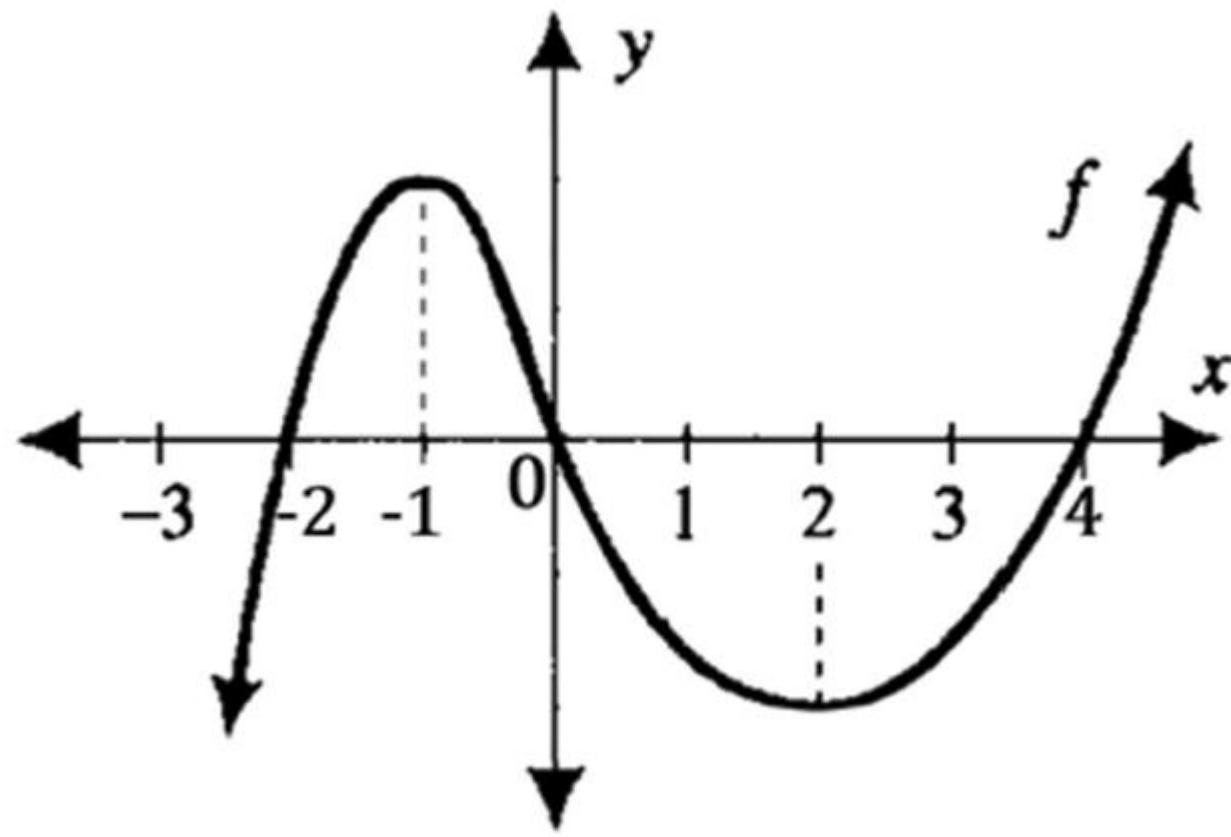
Lekce #7

Vahid Borji & Petra Surynková

DERIVACE

7. Vzhledem k zobrazenému grafu funkce f určete:

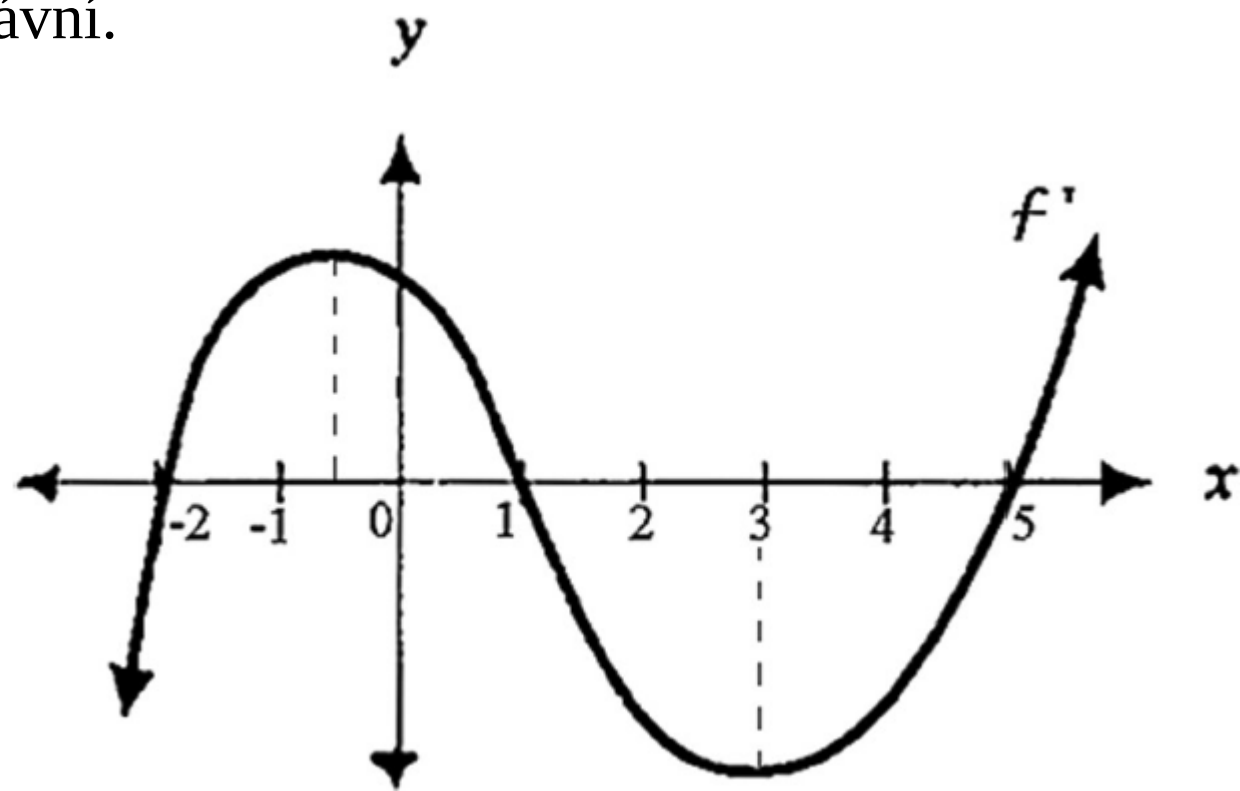
- a) Intervaly, na kterých f je rostoucí, resp. klesající.
- b) V jakém bodě má funkce f lokální maximum, resp. lokální minimum.
- c) Souřadnice inflexních bodů funkce f .
- d) V jakém intervalu je funkce f konkávní, resp. konvexní?
- e) Vytvořte možný graf derivace f' .



8. Vzhledem k zobrazenému grafu derivace f' nakreslete možný graf funkce f .

Vysvětlete svou odpověď a také určete:

- a) Intervaly, na kterých f je rostoucí, nebo klesající.
- b) Maximální nebo minimální hodnoty f .
- c) Inflexní body.
- d) Intervaly, na kterých je f konvexní, nebo konkávní.



9. Nakreslete graf funkce f , která splňuje následující podmínky:

funkce f je spojitá

$$f(0) = 2, f'(-2) = f'(3) = 0, \text{ a } \lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \infty$$

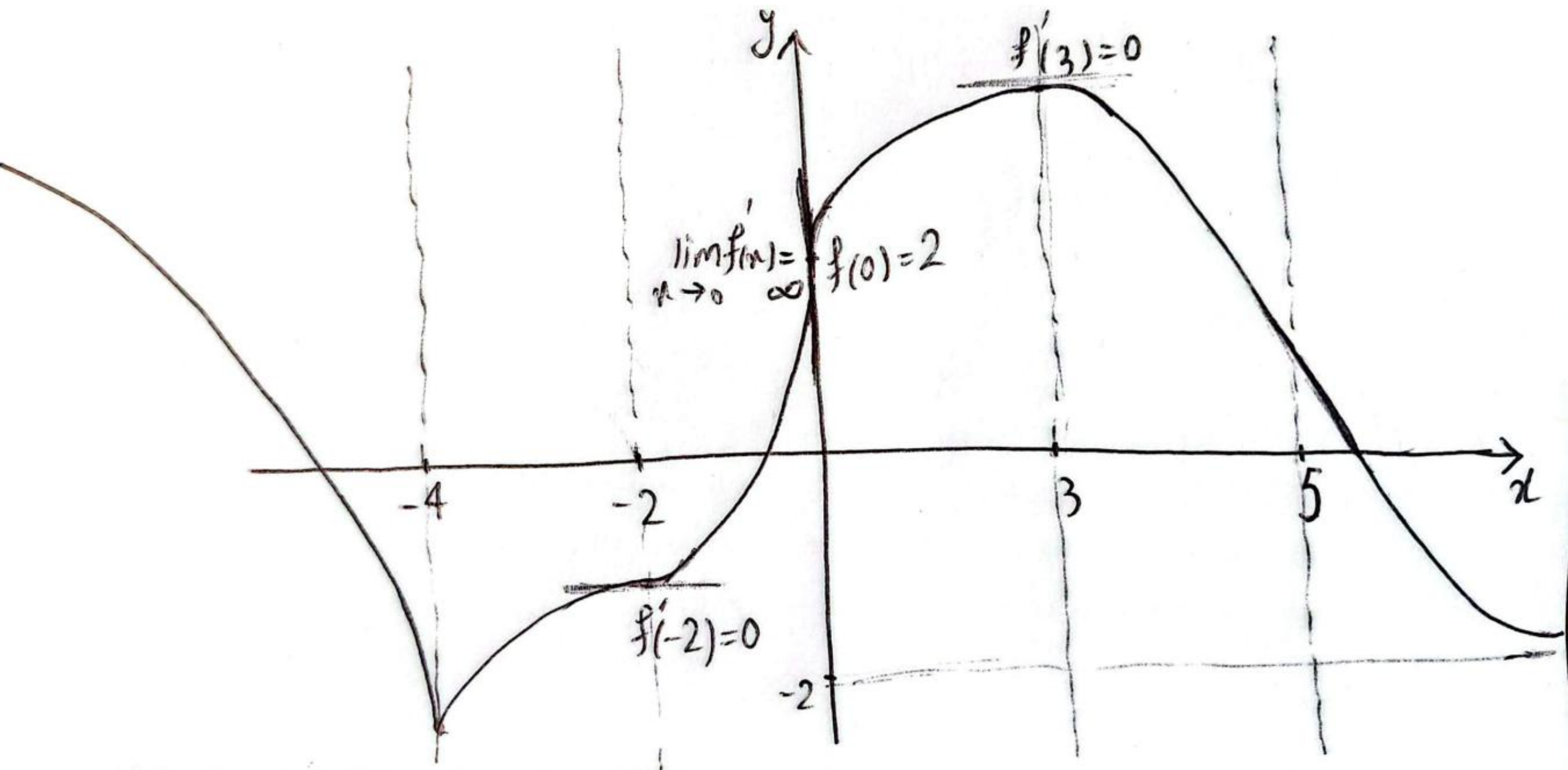
$$f'(x) > 0 \text{ když } -4 < x < -2, \text{ a když } -2 < x < 3,$$

$$f'(x) < 0 \text{ když } x < -4, \text{ a když } x > 3,$$

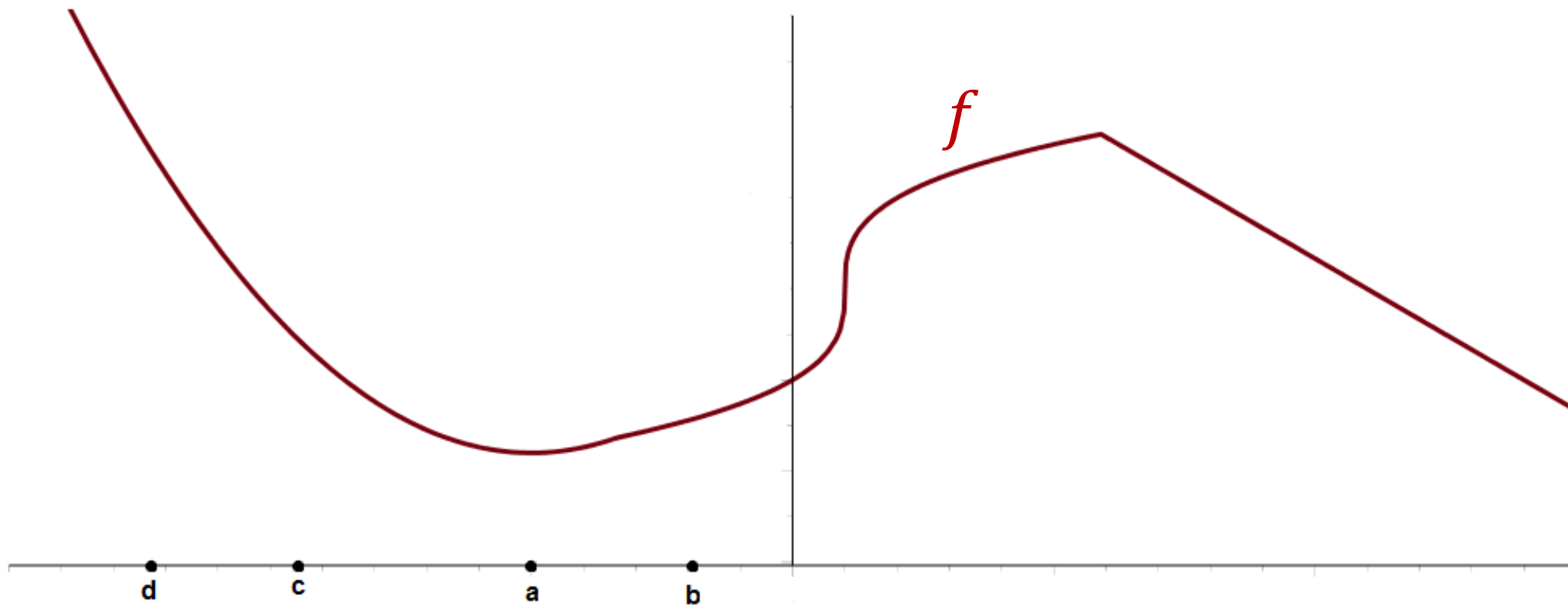
$$f''(x) < 0 \text{ když } x < -4, \text{ když } -4 < x < -2, \text{ a když } 0 < x < 5,$$

$$f''(x) > 0 \text{ když } -2 < x < 0, \text{ a když } x > 5,$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty \text{ a } \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2$$



10. (Domácí úkol) Obrázek níže představuje graf funkce f . Nakreslete graf její derivace.



11. Je-li $f(x) = \sqrt{x+8} - \sqrt{x}$ a $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+8} + \sqrt{x}}$, vypočítejte hodnotu výrazu $f'(1)g(1) - g'(1)f(1)$.

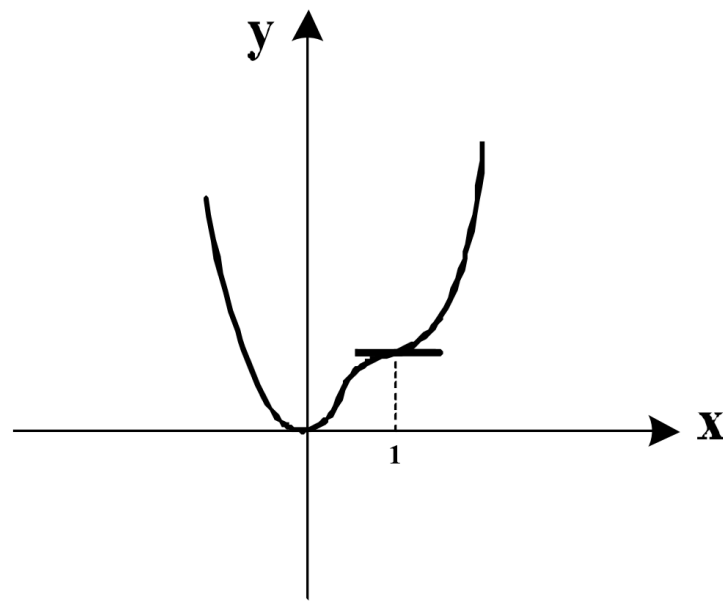
12. Pro kolik hodnot m (m je celé číslo) je funkce $f(x) = \frac{mx+2}{x-1+m}$ na intervalu $(1, +\infty)$ klesající?

13. Pro každé reálné nenulové a je funkce $f(x) = \begin{cases} bx + c & x < a \\ \frac{1}{x} & x \geq a \end{cases}$ na $\mathbb{R}$ derivovatelná. Určete hodnotu ac .

14. Tečna ke křivce $y = x^3 + ax^2 + bx - 1$ v bodě $(-1, -4)$ prochází/protíná křivkou. Zjistěte hodnotu $\frac{a}{b}$.

15. (Domácí úkol) V kterém bodě protíná tečna ke grafu funkce $f(x) = \frac{5x-4}{\sqrt{x}}$ v bodě $x = 4$ osu y ?

16. Je dán graf funkce $f(x) = 3x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$. Určete hodnotu a .



References

- Asiala, M., Cottrill, J., Dubinsky, E., & Schwingendorf, K. E. (1997). The development of students' graphical understanding of the derivative. *Journal of Mathematical Behavior*, 16(4), 399–430.
- Baker, B., Cooley, L., & Trigueros, M. (2000). A calculus graphing schema. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(5), 557–578.
- Borji, V., & Martínez-Planell, R. (2020). On students' understanding of implicit differentiation based on APOS theory. *Educational Studies in Mathematics*, 105(2), 163–179. <https://doi.org/10.1007/s10649-020-09991-y>
- Haghjoo, S., Radmehr, F., & Reyhani, E. (2023). Analyzing the written discourse in calculus textbooks over 42 years: The case of primary objects, concrete discursive objects, and a realization tree of the derivative at a point. *Educational Studies in Mathematics*, 112, 73–102. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10168-y>
- Park, J. (2015). Is the derivative a function? If so, how do we teach it? *Educational Studies in Mathematics*, 89(2), 233–250.
- Radmehr, F., & Turgut, M. (2024). *Learning more about derivative: Leveraging online resources for varied realizations*. *ZDM – Mathematics Education*, 56(4), 589–604. <https://doi.org/10.1007/s11858-024-01564-0>
- Stewart, J. (2010). *Calculus (7th ed.)*. Belmont, CA: Brooks/Cole.

Děkuji za pozornost!

borji@karlin.mff.cuni.cz