

10) Nechť je n -tý částečný součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ dán vzorcem $S_n = 3 - n2^{-n}$.

(a) Najděte hodnotu a_n (pro obecné $n \in \mathbb{N}$).

(b) Určete součet $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$.

11) Najděte součet $\frac{1}{(1)(3)} + \frac{1}{(3)(5)} + \frac{1}{(5)(7)} + \dots$

12) Najděte součet řady: a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^3 - n}$ b) [domácí úkol] $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 3n + 1}{(n^2 + n)^3}$

13) Je padesátý částečný součet S_{50} řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+1}$ větší, nebo menší než její součet? Vysvětlete.

14) Najděte součet řady $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$.

15) Známe fakt, že $e^x > x + 1$ pro každé $x > 0$. Pokud je S_n Částečným součtem harmonické řady ($\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$), ukažte, že $e^{S_n} > n + 1$. Proč z toho plyne, že harmonická řada diverguje?

16) Dokažte, že daná rovnost platí (řešte geometricky pomocí obsahu čtverce.)

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots + \frac{1}{2^n} + \dots = 1$$

$$\frac{8}{9} + \frac{8}{9^2} + \frac{8}{9^3} + \dots + \frac{8}{9^n} + \dots = 1$$

17) Najděte součet řady:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n}{n+1}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} (\cos \frac{1}{n^2} - \cos \frac{1}{(n+1)^2})$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} (e^{\frac{1}{n}} - e^{\frac{1}{n+1}})$ d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n(n+3)}$