

Domácí úloha č. 1

Základy numerické matematiky - NMNM201
(odevzdat do vašeho cvičení v 5. týdnu semestru)
balazsova@karlin.mff.cuni.cz, jan.papez@mff.cuni.cz,
blechta@karlin.mff.cuni.cz

Domácí úloha 1. *Srovnajte různé varianty QR rozkladu použité pro řešení soustavy rovnic. Uvažujte*

1. *klasický, modifikovaný i iterovaný Gram-Schmidtův algoritmus, QR rozklad pomocí Householderových reflexí i Givensových rotací,*
2. *tři testovací matice, stejně jako ve skriptu srovnej_QR.m ze čtvrtého cvičení.*

*Přesné řešení x_{ex} volte jako náhodný vektor a pravou stranu dopočítejte jako $b=A*x_{ex}$. Pro spočtené aproximace x_{qr} spočtete relativní rezidua $\text{norm}(b-A*x_{qr})/\text{norm}(b)$ i relativní chyby $\text{norm}(x_{ex}-x_{qr})/\text{norm}(x_{ex})$. Výsledky vypište do tabulky a okomentujte.*

Postup:

1. *Využijte implementace (některých) QR rozkladů ze čtvrtého cvičení, cgs.m, mgs.m, givens.m. Doimplementujte icgs.m a hh.m. (Implementace by měly fungovat pro libovolnou reálnou matici $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ s plnou sloupcovou hodnotí.)*
2. *Pro každou ze tří testovacích matic a pro každou z pěti variant rozkladu spočtete aproximaci x_{qr} přesného řešení x_{ex} . Vyzkoušejte, zda je vhodnější aproximaci počítat jako $R \setminus (Q' b)$ nebo pomocí QR rozkladu rozšířené soustavy $[A, b]$. V protokolu pak použijte ten lepší postup a krátce okomentujte.*
3. *Výsledky (tj. relativní reziduum i relativní chybu) zapište do tabulky nebo vytvořte graf (příkaz plot), pozorujte rozdíly a stručně okomentujte. Má zvolený typ implementace QR rozkladu (CGS, MGS, ICGS, Householder či Givens) vliv na kvalitu řešení úlohy $Ax = b$? Pokud ano, popište. Dá se kvalita řešení usuzovat na základě norem $\|Q^*Q - I\|$ nebo $\|A - QR\|$, pozorovaných pro jednotlivé varianty rozkladu na cvičení?*

[Rady:]

- *Ověřte si správnost vašich implementací QR rozkladu icgs.m a hh.m než začnete vypisovat výsledky.*
- *Místo vytváření nového skriptu můžete upravit skript srovnej_QR.m ze čtvrtého cvičení.*

(max 6 bodů)